

# Задачник по физике

7-9 класс

ШКОЛА 1514, МОСКВА

2022-2023

# Оглавление

Предисловие	5
<b>7 класс</b>	<b>6</b>
Кинематика	7
Динамика	11
Давление	14
Сила Архимеда	18
<b>8 класс</b>	<b>21</b>
<b>Тепловые явления</b>	<b>22</b>
Теоретические вопросы . . . . .	23
Простой теплообмен . . . . .	25
Сгорание топлива . . . . .	28
Теплообмен со сменой агрегатных состояний . . . . .	29
КПД и мощность . . . . .	33
Влажность . . . . .	37
<b>Электричество</b>	<b>39</b>
Теоретические вопросы . . . . .	39
Закон Ома для участка цепи . . . . .	43
Удельное сопротивление . . . . .	54
Тепловое действие тока . . . . .	54
Закон Кулона . . . . .	56
<b>Магнетизм</b>	<b>57</b>
Качественные задания . . . . .	57

<b>Геометрическая оптика</b>	<b>61</b>
Прямолинейное распространение света . . . . .	61
Преломление и отражение света . . . . .	62
Закон Снеллиуса . . . . .	62
Тонкая линза . . . . .	63
Формула тонкой линзы . . . . .	68
<b>Справочные материалы</b>	<b>72</b>
<b>9 класс</b>	<b>74</b>
<b>Кинематика</b>	<b>75</b>
Средняя скорость . . . . .	76
Равноускоренное прямолинейное движение . . . . .	76
Графики движения . . . . .	83
Уравнения движения . . . . .	84
Движение тел, брошенных горизонтально . . . . .	85
Движение тел, брошенных произвольно . . . . .	86
Кинематика вращательного движения . . . . .	95
Относительное движение и сложение скоростей . . . . .	96
Движение со связями . . . . .	102
<b>Динамика</b>	<b>105</b>
Горизонтальное или вертикальное движение . . . . .	105
Блоки . . . . .	111
Наклонная плоскость . . . . .	117
Динамика вращательного движения . . . . .	122
Движение тел под действием сил упругости . . . . .	126
Закон всемирного тяготения . . . . .	127
Законы Кеплера . . . . .	130
<b>Импульс</b>	<b>131</b>
Основное уравнение динамики . . . . .	131
Закон сохранения импульса . . . . .	133
Движение центра масс системы . . . . .	136
<b>Работа, энергия, мощность</b>	<b>138</b>
<b>Законы сохранения</b>	<b>144</b>
Простейшие задачи на сохранение энергии . . . . .	144
Комбинированные задачи на законы сохранения . . . . .	146

---

Прямой центральный абсолютно упругий удар . . . . .	155
Непрямой упругий удар . . . . .	156
Неупругий удар . . . . .	158
<b>Статика</b>	<b>159</b>
<b>Комбинированные задачи</b>	<b>170</b>
<b>Качественные задачи</b>	<b>187</b>
<b>Ответы</b>	<b>189</b>

# Предисловие

Задачи для 7 и 8 классов позаимствованы из самых разных источников, в том числе из методических копилок учителей школы 1514 и головы составителя.

Сборник задач для 9 класса основан на задачниках со вступительными испытаниями по физике в МГТУ имени Баумана (2000; Дмитриев, Васюков, Струков) и МГУ (2001; под редакцией Драбовича, Макарова, Чеснокова). Задачи перемешаны, добавлены другие задачи и определения. В главе 7 даны типовые комбинированные задачи по механике уровня «сложных задач» из ЕГЭ.

Задачи, снабженные иллюстрациями, отмечены знаком  $\diamond$  перед номером.

Нумерация вида [Б-1.22] соответствует заданиям из книги «Физика: сборник задач для поступающих в вузы», М.: Ориентир, «Светоч Л», 2000, 160 с. Васюков, Дмитриев, Струков. Нумерация вида [Б<sub>2</sub>-1.22] соответствует той же книге, изданной в 2005 году.

Нумерация вида [М-1.2.5] соответствует заданиям из книги «Подготовка к вступительным экзаменам в МГУ. Физика» под редакцией Драбовича, Макарова, Чеснокова. ООО «МАКС-Пресс», 2001. Нумерация вида [М<sub>2</sub>-1.2.5] соответствует той же книге, изданной в 2010 году.

Нумерация вида [С-2.1.22] соответствует задачнику «Задачи по физике» под редакцией О. Я. Савченко. Издание третье, Новосибирск, 2008.

Нумерация вида [Г-1.8] соответствует заданиям из задачника Гольдфарба для 10-11 классов («Дрофа», 16-е издание, 2012).

Нумерация вида [Ч-1.302] соответствует заданиям из книги «Методическое пособие по физике для учащихся старших классов и абитуриентов» под редакцией Чешева. Издание 7-е, исправленное. Москва, ФИЗМАТКНИГА 2018, 432 с.

Обо всех замеченных опечатках и ошибках просьба сообщить составителю по электронной почте [sergey@lisakov.com](mailto:sergey@lisakov.com).

Документ обновлен 2022/09/01 в 00:43.

**7 класс**

# Кинематика

## Определения

1. Механическое движение.
2. Траектория.
3. Путь.
4. Равномерное движение.
5. Скорость  $v$  при равномерном движении.
6. Мгновенная скорость  $v$
7. Средняя скорость.
8. Равноускоренное движение.
9. Ускорение  $a$ .
10. Закон инерции.

## Задачи

**7.1.1** Половину времени тело двигалось со скоростью 10 м/с, а вторую половину — со скоростью 20 м/с. Найти среднюю скорость движения тела.

**7.1.2** Половину пути тело двигалось со скоростью 30 м/с, а вторую половину — со скоростью 40 м/с. Найти среднюю скорость движения тела.

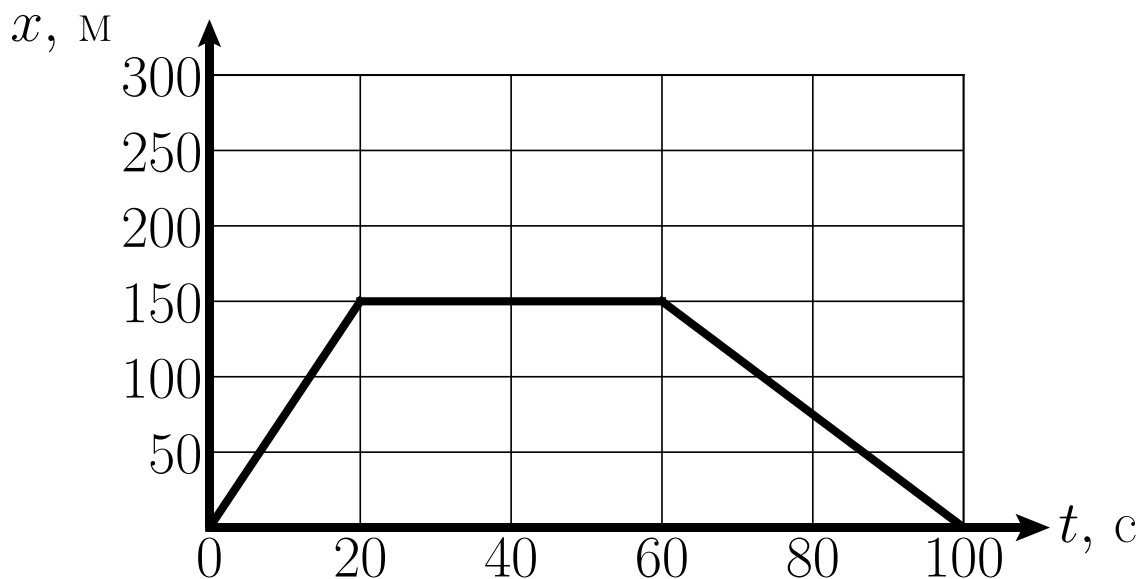
**7.1.3** Первую половину пути Баба-Яга летела со скоростью 20 км/ч. Затем погода испортилась, и половину оставшегося времени Яга пролетела со скоростью 10 км/ч. В этот момент у нее сломалась метла, и ей, чтобы успеть на встречу с Лешим, пришлось оставшееся время идти пешком со скоростью 5 км/ч. Найти среднюю скорость Бабы-Яги за все время движения.

**7.1.4** Автомобиль прошел расстояние  $S_1$  за время  $t_1$ , двигаясь равномерно. Какое расстояние он пройдет за  $t_2$ ?

**7.1.5** Нарисуйте графики  $S(t)$ ,  $v(t)$ ,  $a(t)$  для тела, движущегося равномерно.

**7.1.6** Нарисуйте графики  $S(t)$ ,  $v(t)$ ,  $a(t)$  для равноускоренного прямолинейного движения.

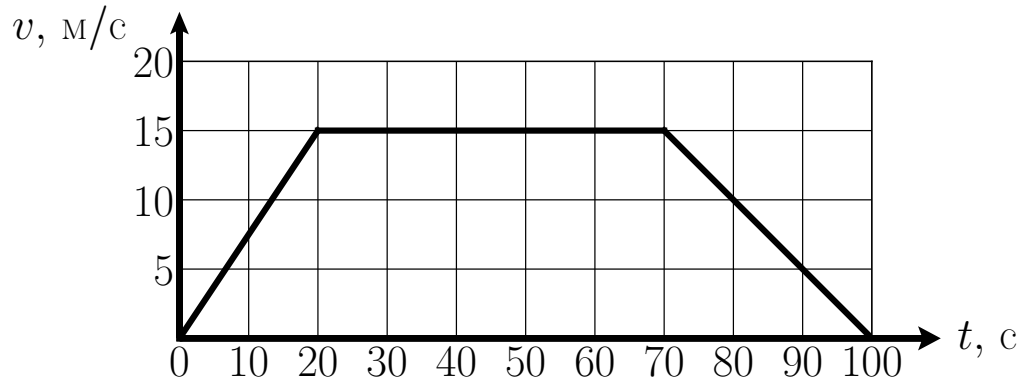
◇ **7.1.7** Велосипедист движется прямолинейно вдоль оси  $Ox$ . Зависимость его координаты  $x$  от времени  $t$  представлена на графике.



- (а) Какой путь прошел велосипедист за все время движения?
- (б) Какое перемещение совершил велосипедист за все время движения?
- (в) Найдите максимальную и минимальную скорости движения велосипедиста.
- (г) Найдите среднюю скорость велосипедиста за все время движения.
- (д) С какой постоянной скоростью должен двигаться мотоциклист, чтобы пройти тот же путь за то же время? Изобразите зависимость координаты от времени для мотоциклиста на представленном графике.

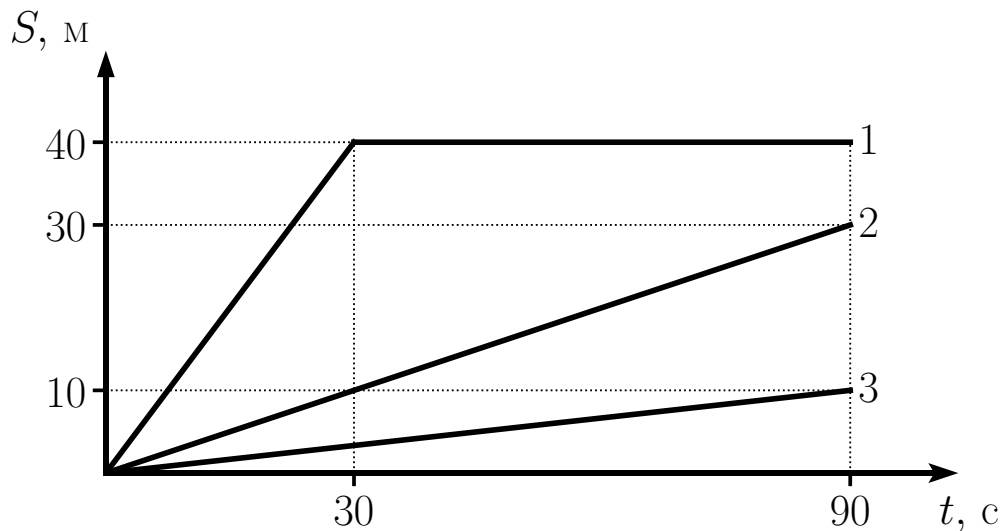


◇ **7.1.8** Тело движется прямолинейно. Зависимость его скорости от времени представлена на графике.



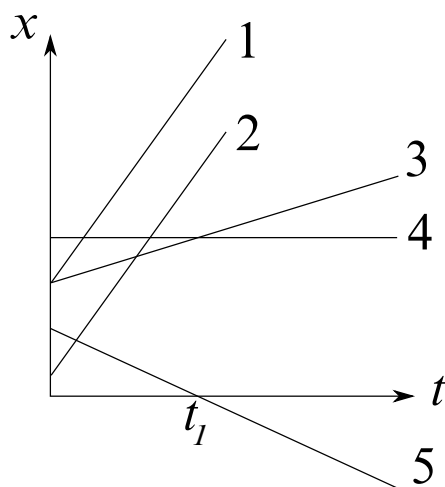
- Чему равна максимальная скорость движения?
- Какой путь прошло тело с 20 по 30 секунду?
- На каком участке движения мгновенная скорость тела изменялась быстрее всего?
- Найдите ускорение тела в момент  $t = 10$  секунд.
- Какой путь тело прошло за все время движения?

◇ **7.1.9** На рисунке изображен график зависимости пройденного пути  $S$  от времени  $t$  для различных тел. Все тела двигались прямолинейно.



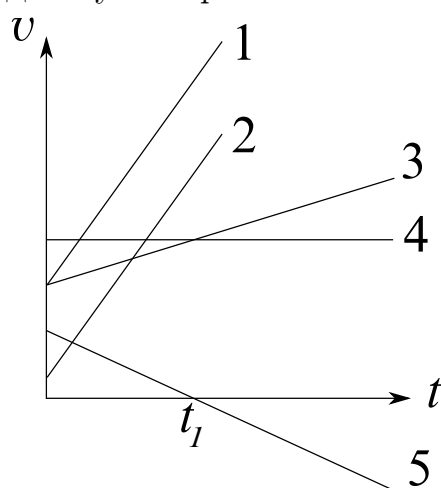
- Опишите движение каждого тела.
- Найдите скорости всех тел.
- Что происходит с первым телом в  $t = 30$  с?
- Какое тело прошло наибольший путь за 70 с? Чему он равен?
- Какой путь прошло третье тело за последние 9 секунд движения?

◇ **7.1.10** На рисунке изображен график зависимости координаты  $x$  различных тел от времени  $t$ . Все тела движутся прямолинейно и вдоль оси  $Ox$ .



1. Опишите характер движения каждого тела (покоится, движется равномерно, движется ускоренно).
2. Сравните скорости 1-го и 2-го тела.
3. Сравните скорости 1-го и 3-го тела.
4. Какие два тела стартовали из одной точки?
5. Что происходит с телом 5 в момент времени  $t_1$ ?

◇ **7.1.11** На рисунке изображен график зависимости скорости  $v$  различных тел от времени  $t$ . Все тела движутся прямолинейно вдоль оси  $Ox$ .



1. Опишите характер движения каждого тела (покоится, движется равномерно, движется ускоренно).
2. Сравните ускорения 1-го и 2-го тела.
3. Сравните ускорения 1-го и 3-го тела.
4. Что происходит с телом 5 в момент времени  $t_1$ ?

# Динамика

## Определения

1. Инертность.
2. Масса  $m$ .
3. Плотность  $\rho$ .
4. Сила  $F$ .
5. II закон Ньютона, правила нахождения равнодействующей.
6. Сила в 1 Ньютон.
7. Сила всемирного тяготения.
8. Вес  $P$ , сила упругости. Закон Гука.
9. III закон Ньютона.

## Задачи

**7.2.1** Смешали две жидкости плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$  объемами соответственно  $V_1$  и  $V_2$ . Найдите плотность получившейся жидкости.

**7.2.2** Кусок сыра Гауда размером  $10 \times 10 \times 10$  см имеет массу  $m = 650$  г. Если отрезать маленький кусочек, его плотность будет  $\rho_c = 1100$  кг/м<sup>3</sup>. Это связано с тем, что внутри сыра есть большие дырки, которые заполнены газом и не видны снаружи. Какова масса газа в большом куске, если плотность газа равна  $\rho = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>?

**7.2.3** Кирпич массой 2 кг покоится на горизонтальном столе.

1. Перечислите силы, действующие на кирпич. Изобразите их на чертеже.
2. Чему равен вес кирпича? К чему приложен? Как направлен?
3. Чему равна сила тяжести, действующая на кирпич?
4. Почему кирпич неподвижен?
5. Действует ли на кирпич сила трения?
6. Назовите силу, парную весу по III закону Ньютона.
7. Назовите силу, парную силе тяжести по III закону Ньютона.

**7.2.4** К деревянному бруску массой 500 г, покоившемуся на горизонтальном столе, приложили горизонтальную силу  $F = 10$  Н.

1. Перечислите силы, действующие на кирпич. Изобразите их на чертеже.
2. Двигается ли брусок?
3. Если не движется, то почему?
4. Если движется равномерно, то почему?
5. Если движется равноускоренно, то почему?
6. Чему равен вес, куда направлен, к чему приложен, как меняется в зависимости от скорости бруска?

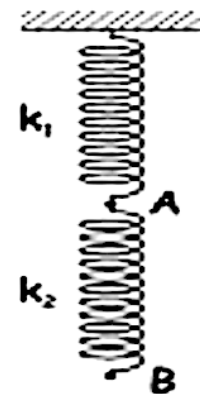
**7.2.5** Лифт движется с ускорением  $a$ . Найти вес тела массой  $m$ , покоящегося на полу лифта. Рассмотреть 2 случая.

**7.2.6** Две пружины с коэффициентами жесткости  $k_1$  и  $k_2$  соединены последовательно. Найдите эквивалентный коэффициент жесткости.

**7.2.7** Две пружины с коэффициентами жесткости  $k_1$  и  $k_2$  соединены параллельно. Найдите эквивалентный коэффициент жесткости.

**7.2.8** Шарик, подвешенный на пружине, опускают в воду. Растяжение пружины уменьшается при этом в 1,5 раза. Вычислите плотность материала шарика.

◇ **7.2.9** В спортивном зале есть тренажер, состоящий из двух пружин, подвешенных к потолку. Жесткости пружин равны  $k_1$  и  $k_2$ , длина пружин одинаковая и равна  $L = 40$  см. Если потянуть за пружину в точке  $A$  с силой  $F_1 = 360$  Н вниз, то нижняя пружина коснется пола. Если потянуть за точку  $B$  с силой  $F_2 = 240$  Н вниз, то эта точка коснется пола. Определите жесткости пружин, если известно, что высота потолка в зале  $H = 2$  м.



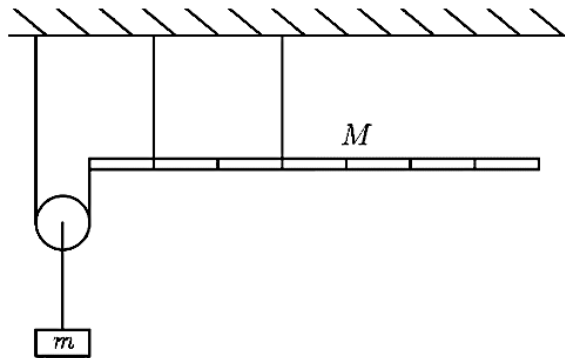
**7.2.10** Человек стоит на весах, к горизонтальной поверхности которых прикреплена пружина. Как изменится вес человека, если он начнет растягивать пружину вертикально вверх?

**7.2.11** Человек стоит на весах, к горизонтальной поверхности которых прикреплена пружина. Как изменится вес человека, если он начнет сжимать пружину, действуя на нее вертикально вниз?

**7.2.12** Человек с эспандером в руках стоит на весах. Как изменится вес человека, если он аккуратно растянет эспандер, держа его горизонтально? Вертикально?

**7.2.13** Человек стоит на весах. К полу рядом с весами прикреплена пружина. Человека начинает растягивать ее вертикально вверх. Как изменится вес человека?

◇ **7.2.14** На двух нитях висит однородный стержень массы  $M$ . К его левому краю прикреплена нить, перекинутая через подвижный блок, который удерживает груз (см. рисунок). При каких значениях массы  $m$  этого груза система будет находиться в равновесии? Массой блока и нитей можно пренебречь. Отметки на стержне делят его на семь равных частей.



# Давление

**7.3.1** Кирпич плотностью  $2000 \text{ кг/м}^3$  имеет форму параллелепипеда с ребрами 5, 10 и 20 см.

- (а) Найдите объем кирпича.
- (б) Найдите массу кирпича.
- (в) В каком случае вес кирпича больше — если его поставить на горизонтальную поверхность на основание  $5 \text{ см} \times 10 \text{ см}$  или положить на горизонтальную поверхность на основание  $10 \text{ см} \times 20 \text{ см}$ ? Поясните ответ.
- (г) Какое максимальное давление может оказывать кирпич на горизонтальный стол?
- (д) Докажите, что вес кирпича равен силе тяжести, действующей на него. Приведите пример, когда вес кирпича больше действующей на него силы тяжести.

**7.3.2** Деревянный брусок плотностью  $500 \text{ кг/м}^3$  имеет форму параллелепипеда с ребрами 20, 50 и 100 см.

- (а) Найдите объем бруска.
- (б) Найдите массу бруска.
- (в) Чему равен вес бруска, если его поставить на горизонтальную поверхность на основание  $20 \text{ см} \times 50 \text{ см}$ ?
- (г) Какое минимальное давление может оказывать брусок на горизонтальный стол?
- (д) Брусок распилили на две части. Первая часть оказалась в два раза больше по массе, чем вторая. Найдите отношение плотностей первой и второй части.

**7.3.3** Металлическая пластинка плотностью  $10\,000\text{ кг/м}^3$  имеет форму параллелепипеда с ребрами 1, 2 и 5 см.

- (а) Найдите объем пластинки.
- (б) Найдите массу пластинки.
- (в) Найдите вес пластинки, лежащей на горизонтальном столе.
- (г) Пластинку положили в кастрюлю и добавили воды так, что пластинка полностью оказалась под водой. Как изменились масса, вес и плотность пластинки?
- (д) Найдите вес пластинки, полностью погруженной в воду.

**7.3.4** Выведите формулу для гидростатического давления столба жидкости.

**7.3.5** В сосуд, имеющий форму куба с ребром 1 м, доверху налита вода.

- (а) Чему равен объем сосуда?
- (б) Найдите массу воды в сосуде.
- (в) Чему равно давление на дно сосуда?
- (г) Чему равна сила давления на дно сосуда?

**7.3.6** Опишите опыт Торричелли.

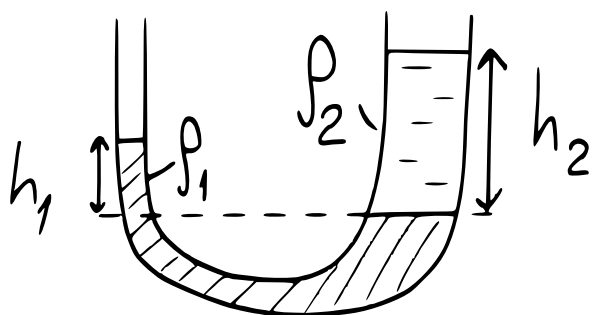
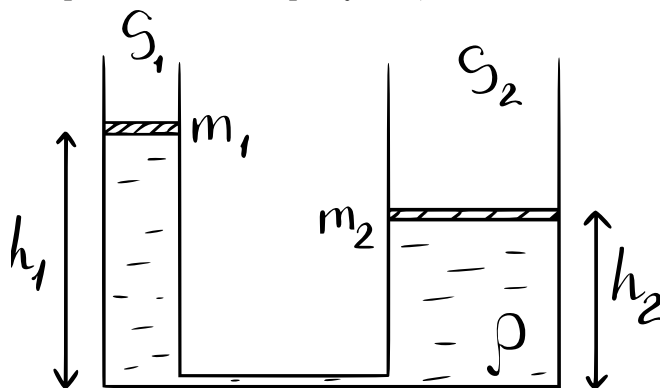
**7.3.7** Опишите устройство барометра-анероида.

**7.3.8** Представьте, что в опыте Торричелли сделали маленькое отверстие в верхней части перевернутой трубки. К чему это приведет?

**7.3.9** Представьте, что в опыте Торричелли сделали маленькое отверстие в средней части перевернутой трубки, примерно на половине высоты ртутного столба. К чему это приведет?

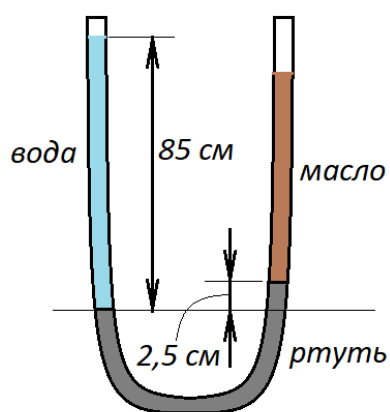
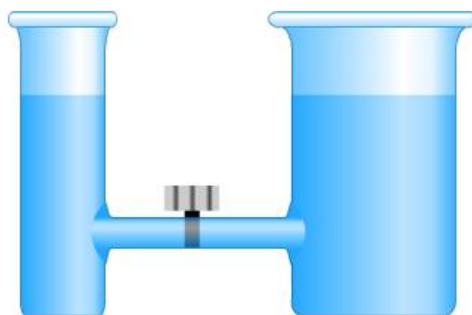
**7.3.10** Городской житель Аркадий на даче пользуется газовым баллоном объемом 50 л. Подключив с помощью шланга баллон к газовой плите, Аркадий с неудовольствием обнаружил, что пламя на полностью открытой конфорке получается слишком большое. Чтобы исправить этот недостаток, Аркадий попробовал закрутить газовый баллон так, чтобы газ из него сообщался со шлангом очень маленьким отверстием. Предскажите, достигнет ли Аркадий успеха?

◇ **7.3.11** В сообщающемся сосуде, изображенном на рисунке, площадь сечения левого колена равна  $S_1$ , а правого —  $S_2$ . В левом колене на жидкости находится поршень массой  $m_1$ , а в правом — поршень неизвестной массы, при этом высота жидкости в левом колене составляет  $h_1$ , а в правом —  $h_2$ . Найдите массу правого поршня  $m_2$ . Атмосферное давление равно  $p_0$ .



◇ **7.3.12** В сообщающийся сосуд налиты ртуть плотностью  $\rho_1 = 13\,600 \text{ кг/м}^3$  и масло плотностью  $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$  как изображено на рисунке. Найдите отношение высот столбов ртути и масла  $h_2/h_1$ .

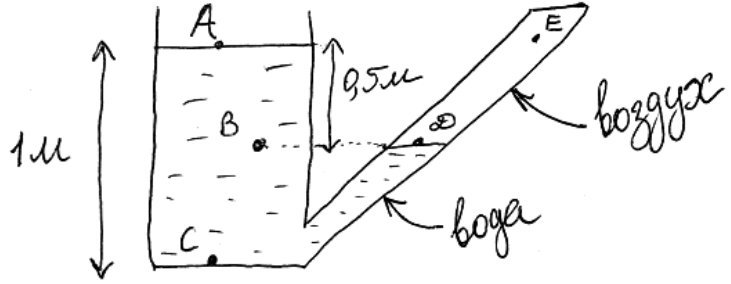
◇ **7.3.13** Два сосуда разной площади сечения соединены горизонтальной трубкой (см. рисунок). Кран, находящийся на горизонтальной трубке, закрыт. Куда потечет вода, если открыть кран? Когда перетекание воды остановится? Поясните ответ.



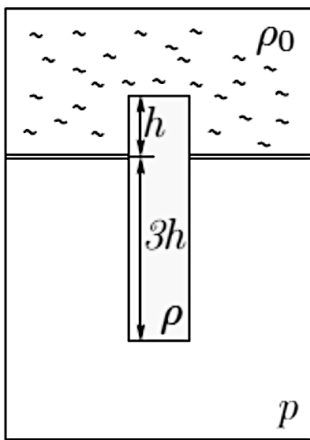
◇ **7.3.14** В U-образную трубку, изображенную на рисунке, налито три жидкости: вода, ртуть и масло. Жидкости не смешиваются. Плотность воды равна  $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$ , плотность ртути  $\rho_{\text{рт}} = 13\,600 \text{ кг/м}^3$ , плотность масла  $\rho_{\text{м}} = 900 \text{ кг/м}^3$ . Найдите высоту столба масла  $h_{\text{м}}$ , если столб воды имеет высоту  $h_{\text{в}} = 0,85 \text{ м}$ , а уровень ртути в правом колене на  $h_{\text{рт}} = 2,5 \text{ см}$  выше уровня ртути в левом колене.



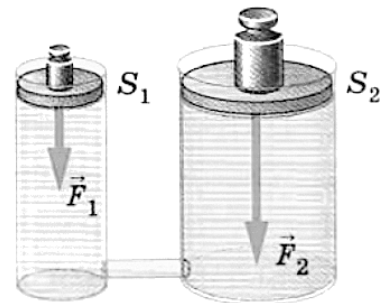
◇ **7.3.15** Широкая часть сосуда, изображенного на рисунке, открыта, а узкая — запаяна. Высота сосуда  $AC$  составляет один метр, а точки  $B$  и  $D$  находятся на одной горизонтали на полметра ниже точки  $A$ . Атмосферное давление равно  $100\,000$  Па. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Найти давление в точках  $A, B, C, D, E$ .



◇ **7.3.16** В герметичном сосуде сверху находится жидкость с плотностью  $\rho_0 = 800$  кг/м<sup>3</sup>, отделенная легким подвижным поршнем от газа (см. рисунок), находящегося внизу и имеющего давление  $p = 20$  кПа. В поршне есть круглое отверстие, в которое вставлен цилиндрический поплавок. Причем в жидкость поплавок погружен на некоторую длину  $h$ , а в газ на длину  $3h$ . Площадь основания поплавка  $S$ . Поплавок может свободно скользить относительно поршня, а поршень относительно стенок сосуда. Жидкость нигде не подтекает. Какой должна быть плотность поплавка  $\rho$ , чтобы система могла оставаться в равновесии?



◇ **7.3.17** В установке, изображенной на рисунке, известны площади сечения  $S_1$  и  $S_2$ . Найти отношение сил  $F_2/F_1$ . Сообщающиеся сосуды заполнены жидкостью, система находится в равновесии. Зачем может быть нужна такая установка?



# Сила Архимеда

## Определения

1. Выталкивающая сила.
2. Условие плавания тел (через силы).
3. Условие плавания тел (через плотности).

## Задачи

### 7.4.1

- а) Выведите формулу для силы Архимеда.
- б) Из-за чего возникает сила Архимеда?
- в) Приведите примеры заметного проявления силы Архимеда в обычной жизни.
- г) В каких единицах измеряется сила Архимеда?
- д) Действует ли на Вас сила Архимеда прямо сейчас?
- е) В каком случае весы показания весов окажутся больше — если вы встанете на них в обычных условиях или в безвоздушной камере?
- ж) Почему корабль, сделанный из металла, плотность которого больше плотности воды, не тонет?

**7.4.2** Царь попросил Архимеда отмерить столько золота, сколько весит слон. Таких больших весов нигде не оказалось. В распоряжении Архимеда был плот. Как Архимед решил задачу?

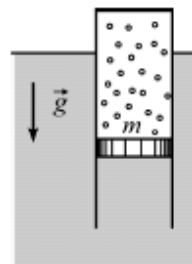
**7.4.3** Закрытый сосуд заполнен водой. Площадь нижнего основания сосуда  $S_1 = 100 \text{ м}^2$ , верхнего основания  $S_2 = 200 \text{ м}^2$ , высота сосуда  $h = 50 \text{ м}$ . Сила давления воды на верхнее основание  $F_2 = 100 \text{ Н}$ . Найдите силу давления на нижнее основание сосуда, если плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

**7.4.4** В ведре с водой плавают льдины. Как изменится уровень воды, когда льдины растают?

**7.4.5** В бассейне плавает лодка, на дне которой лежат тяжелый камень и бревно. Объяснить, как будет меняться уровень воды в бассейне в следующих случаях:

1. Камень из лодки выбрасывают на «берег» бассейна.
2. Бревно из лодки выбрасывают на «берег» бассейна.
3. Камень из лодки выбрасывают в воду.
4. Бревно из лодки выбрасывают в воду.
5. В днище лодки проделывают отверстие и лодка начинает погружаться. Если уровень воды в бассейне при этом изменится, то в какой момент начнется изменение?

◇ **7.4.6** Тонкостенный невесомый цилиндр с воздухом закрыт снизу поршнем массой  $m = 1$  кг, который может без трения перемещаться в цилиндре. Цилиндр плавает в вертикальном положении в воде (см. рисунок). Найти давление воздуха внутри цилиндра. Атмосферное давление равно  $p_0$ .



**7.4.7** Льдинка с замороженной в нее пробкой (дробинкой) плавает в стакане с водой при температуре  $0^\circ\text{C}$ . Как изменится уровень воды в стакане, если лед растает, а температура сохранится?

**7.4.8** Два металлических шара (свинцовый и железный) уравновешены на разноплечих весах. При опускании шаров в воду равновесие не нарушилось. Попробуйте найти объяснение этому явлению.

**7.4.9** Вывести условие плавания тела через плотность погруженного тела  $\rho_T$  и плотность жидкости  $\rho_{ж}$ .

**7.4.10** Льдина объемом  $10 \text{ м}^3$  плавает на поверхности воды. Определите объем подводной части льдины. Плотность льда  $900 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

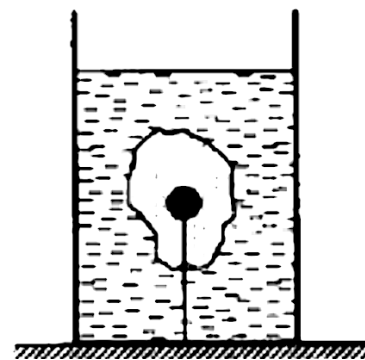
**7.4.11** Льдина объемом  $20 \text{ м}^3$  плавает на поверхности воды. Определите объем надводной части льдины. Плотность льда  $900 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

**7.4.12** Льдина плавает на поверхности воды. Определите объем льдины  $V$ , если объем погруженной части льдины составляет  $1 \text{ м}^3$ . Плотность льда  $900 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

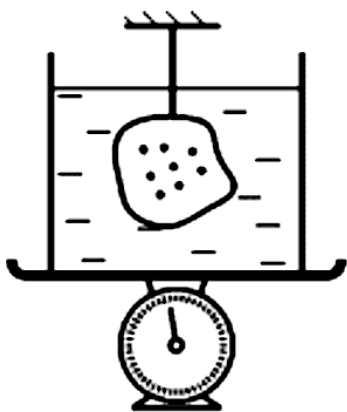
**7.4.13** Льдина плотностью  $900 \text{ кг/м}^3$  плавает в воде плотностью  $1000 \text{ кг/м}^3$ . Найти, какую долю составляет объем погруженной части льдины от ее общего объема.

**7.4.14** Шар, масса оболочки которого равна  $60 \text{ кг}$ , парит на некоторой высоте в воздухе. Плотность воздуха на этой высоте равна  $900 \text{ г/м}^3$ , а плотность газа, заполняющего шар, равна  $800 \text{ г/м}^3$ . Найдите объем шара.

◇ **7.4.15\*** Деревянный шарик, вмороженный в кусок льда, удерживается внутри цилиндрического стакана с водой нитью, прикрепленной ко дну. Лед с шариком целиком погружен в воду и не касается стенок и дна стакана. После того как лед растаял, шарик остался плавать внутри стакана, целиком погруженный в воду. Сила натяжения нити за время таяния льда уменьшилась при этом в  $k$  раз ( $k > 1$ ), а уровень воды в стакане уменьшился на  $\Delta H$  ( $\Delta > 0$ ). Чему равен объем шарика, если плотность воды равна  $\rho_{\text{в}}$ , дерева —  $\rho$  ( $\rho < \rho_{\text{в}}$ ), а площадь внутреннего сечения стакана  $S$ ?



◇ **7.4.16** На весах стоит цилиндрический сосуд с водой. В него полностью погружен кусок льда с замороженной алюминиевой дробью. Лед висит на нити, не касаясь дна и стенок сосуда (см. рисунок). После того как лед растаял, показания весов остались прежними, а уровень воды изменился на  $\Delta h = 1 \text{ мм}$ . Определите массу дроби и начальную массу льда, если плотность алюминия равна  $\rho_{\text{а}} = 2,7 \text{ г/см}^3$ , воды  $\rho_{\text{в}} = 1,0 \text{ г/см}^3$ , льда  $\rho_{\text{л}} = 0,8 \text{ г/см}^3$ , Площадь внутреннего сечения  $S = 30 \text{ см}^2$ .



8 класс

# Тепловые явления

## Определения

1. Энергия.
2. Работа.
3. Мощность.
4. Кинетическая энергия тела массой  $m$ , движущегося со скоростью  $v$ .
5. Потенциальная энергия тела массой  $m$  на высоте  $h$ .
6. Основные положения молекулярной теории.
7. Внутренняя энергия.
8. Способы изменения внутренней энергии.
9. Теплопередача.
10. Виды теплопередачи.
11. Количество теплоты  $Q$ .
12. Удельная теплоемкость  $c$ .
13. Теплоемкость  $C$ .
14. Удельная теплота сгорания  $q$ .
15. Удельная теплота плавления  $\lambda$ .
16. Удельная теплота парообразования  $L$ .
17. Испарение.
18. Кипение.
19. Абсолютная влажность.
20. Относительная влажность.
21. Насыщенный пар.
22. Динамическое равновесие жидкости и ее газа.
23. Точка росы.
24. Тепловая машина.
25. Двигатель внутреннего сгорания.

## Теоретические вопросы

### Энергия, работа, мощность

8.1.1 Какую физическую величину измеряют в калориях?

8.1.2 Какую физическую величину измеряют в кВт · ч (киловатт-часах)?

8.1.3 Рассчитайте, сколько джоулей в 1 кВт · ч.

8.1.4 Рассчитайте, сколько кВт · ч в 2400 ккал.

### Конвекция

8.1.5 Объясните происхождение и направление вечернего морского бриза.

8.1.6 Объясните происхождение и направление утреннего бриза.

8.1.7 Почему батареи размещают в нижней части помещений?

8.1.8 Почему кондиционеры и форточки размещают в верхней части помещений?

8.1.9 Как зависит тяга от высоты трубы? Почему?

### Удельные величины

8.1.10 Удельная теплоемкость воды равна  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг } ^\circ\text{C})$ . Что это значит?

8.1.11 Удельная теплота парообразования воды равна  $2300 \text{ кДж}/\text{кг}$ . Что это значит?

8.1.12 Что больше, удельная теплоемкость воды или удельная теплота парообразования воды?

8.1.13 Удельная теплота кристаллизации воды равна  $0,33 \text{ МДж}/\text{кг}$ . Что это значит?

8.1.14 Удельная теплота плавления льда равна  $0,33 \text{ МДж}/\text{кг}$ . Что это означает?

**8.1.15** Почему удельная теплота плавления не может отличаться от удельной теплоты кристаллизации для того же вещества?

**8.1.16** Во сколько раз удельная теплоемкость одного килограмма железа меньше, чем удельная теплоемкость пяти килограммов железа? А абсолютная теплоемкость?

## Теплопроводность

**8.1.17** Два одинаковых кубика льда поставили один на деревянную доску, второй на металлическую пластину. Температуры доски и пластины одинаковы. Какой кубик быстрее расплавится? Объясните ответ.

**8.1.18** Смесь льда и воды при температуре плавления, в которой содержится 100 г льда и 50 г воды, внесли в комнату, температура воздуха в которой составляет  $0^{\circ}\text{C}$ . Сколько воды превратится в лед?

**8.1.19** Какой термометр называют идеальным?

## Испарение

**8.1.20** Перечислите факторы, влияющие на скорость испарения жидкости.

**8.1.21** Как меняется внутренняя энергия жидкости в результате ее испарения? Ответ обосновать.

## Кипение

**8.1.22** Почему вода шумит перед закипанием?

**8.1.23** Почему пельмени сначала тонут в горячей воде, а потом всплывают?

**8.1.24** В каком случае картошка сварится быстрее — в едва кипящей воде или в сильно бурлящей? Ответ объясните.

**8.1.25** Почему водяным паром можно обжечься сильнее, чем кипятком той же массы?



## Тепловые машины

**8.1.26** Что такое тепловая машина?

**8.1.27** Что такое КПД тепловой машины? Может ли он быть больше единицы? Может ли он быть равен единице? Почему?

**8.1.28** Изобразите на рисунке и назовите такты работы четырехтактного двигателя внутреннего сгорания.

**8.1.29** Изобразите на рисунке и назовите такты работы двухтактного двигателя внутреннего сгорания.

**8.1.30** Почему невозможна тепловая машина без холодильника?

**8.1.31** Какой такт двигателя внутреннего сгорания соответствует передаче тепла холодильнику? Зачем отдавать тепло холодильнику?

**8.1.32** Формулы для вычисления КПД тепловой машины (расшифровать все буквы).

**8.1.33** В какой момент нужно передавать тепло холодильнику — перед сжатием газа или перед расширением? Почему?

**8.1.34** Нарисуйте блок-схему тепловой машины. На что расходуется тепло, полученное рабочим телом от нагревателя?

**8.1.35** Нарисуйте блок-схему холодильной установки.

**8.1.36** Какой такт двигателя внутреннего сгорания соответствует передаче тепла рабочему телу от нагревателя? Зачем нагревать рабочее тело?

**8.1.37** Что является рабочим телом в двигателе внутреннего сгорания?

## Простой теплообмен

**8.1.38** Какое количество теплоты необходимо, чтобы нагреть водоем объемом  $300 \text{ м}^3$  на  $10^\circ\text{C}$ ? Все табличные значения считать известными.

**8.1.39** Вода массой  $250 \text{ г}$  с температуры  $90^\circ\text{C}$  остыла до  $40^\circ\text{C}$ . Какое количество теплоты выделилось при этом?

**8.1.40** Два тела обмениваются теплом. Найти конечную температуру тел  $\theta$ , если известны удельные теплоемкости тел, их массы и начальные температуры. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

**8.1.41** Две одинаковые по массе порции неизвестной жидкости смешали в термостате. Температура первой порции равнялась  $t_1$ , а температура второй —  $t_2$ . Найти температуру, которая установится после достижения теплового равновесия.

**8.1.42** Две одинаковые по массе порции неизвестной жидкости смешали в сосуде, абсолютная теплоемкость которого такая же, как у второй порции жидкости. Температура первой порции равнялась  $t_1$ , а температура второй —  $t_2$ . Найти температуру, которая установится после достижения теплового равновесия, если начальная температура сосуда равна  $t_0$ .

**8.1.43** Два тела обмениваются теплом. Найти конечную температуру тел  $\theta$ , если теплоемкость первого тела —  $C_1$ , а второго тела —  $C_2$ . Начальные температуры равны соответственно  $T_1$  и  $T_2$ . Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

**8.1.44**  $N$  тел с известными теплоемкостями и начальными температурами обмениваются теплом без потерь. Найти конечную температуру  $\theta$ . Отдельно рассмотреть случай, когда тела сделаны из одного материала.

**8.1.45** Стеклянный кубик массой  $m = 100$  г и температурой  $t = 20^\circ\text{C}$  поместили в термостат, где находилось  $M = 200$  г воды при температуре  $T = 10^\circ\text{C}$ . Найти температуру воды после установления теплового равновесия. Все табличные значения считать известными.

**8.1.46** Понадобилось одинаковое количество теплоты  $Q$ , чтобы нагреть алюминиевый и свинцовый бруски на  $15^\circ\text{C}$ . Найти отношение масс брусков. Все табличные значения считать известными.

**8.1.47** В латунный калориметр массой  $m_{\text{к}} = 128$  г, содержащий  $m_{\text{в}} = 240$  г при  $t_0 = 8,4^\circ\text{C}$ , опущено металлическое тело массой  $m_{\text{т}} = 192$  г, нагретое до  $t_{\text{т}} = 100^\circ\text{C}$ . Определить удельную теплоемкость испытуемого тела  $c_{\text{т}}$ , если в калориметре установилась температура  $t = 21,6^\circ\text{C}$ .

**8.1.48** В термोकружке содержится 200 г воды температурой  $27^\circ\text{C}$ . В воду помещают монету температурой  $-50^\circ\text{C}$  и массой 30 г. В результате в системе установилась температура  $\theta = 24,6^\circ\text{C}$ . Из какого материала сделана монета? Теплообменом с термोकружкой и окружающей средой пренебречь. Все табличные значения считать известными.

**8.1.49** В алюминиевый бак массой  $M = 0,9$  кг, находящийся в комнате при температуре  $T = 25^\circ\text{C}$ , налили воду массой  $m_1 = 100$  г и температурой  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ . После добавления воды массой  $m_2 = 200$  г установилась температура  $\theta = 40^\circ\text{C}$ . Найдите температуру  $t_2$  добавленной воды. Все табличные значения считать известными.

**8.1.50** В термос налили 750 г пресной воды при температуре  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ . Затем добавили соленой воды температурой  $t_2 = 30^\circ\text{C}$ . В результате температура смеси стала равной  $\theta = 26^\circ\text{C}$ . Найти массу соленой воды.

**8.1.51** В термос налили пол-литра воды при температуре  $23^\circ\text{C}$ . В воду налили 300 г холодного молока температурой  $9^\circ\text{C}$ . Какая температура  $\theta$  установится в системе? Теплообменом с термосом и окружающей средой пренебречь.

**8.1.52** В стеклянном стакане массой  $m_1 = 250$  г содержится вода массой  $m_2 = 100$  г. Температура стакана и воды одинакова и равна  $t_1 = 23^\circ\text{C}$ . В воду опускают вольфрамовый шарик массой  $m_3 = 80$  г при температуре  $t_3 = 70^\circ\text{C}$ . В результате в системе установилась температура  $\theta = 12^\circ\text{C}$ . Найти удельную теплоемкость вольфрама  $c$ . Все остальные табличные значения считать известными.

**8.1.53** Определите температуру воды в сосуде, если в него налили одну кружку воды при температуре  $t_1 = 40^\circ\text{C}$ , четыре кружки воды при температуре  $t_2 = 30^\circ\text{C}$  и пять кружек воды при температуре  $t_3 = 20^\circ\text{C}$ . Потери теплоты не учитывать.

**8.1.54** Определите температуру воды массой  $m$ , если термометр с абсолютной теплоемкостью  $C$ , помещенный в воду, показал температуру  $\theta$ . Температура в комнате равна  $t_0$ .

**8.1.55** В пробирке находится 10 г воды. Для измерения температуры воды в нее помещают термометр. После установления теплового равновесия термометр показал температуру  $31,4^\circ\text{C}$ , а до погружения в воду термометр показывал  $18^\circ\text{C}$ . Теплоемкость термометра равна  $1,9$  Дж/ $^\circ\text{C}$ . Найти начальную температуру воды. Теплообменом с пробиркой и окружающей средой пренебречь. Ответ дать в градусах Цельсия и округлить до целых.

**8.1.56** Ванну объемом  $V$  необходимо заполнить водой при температуре  $\theta$  ( $\theta > t_{\text{пл}}$ ). В вашем распоряжении есть вода температурой  $t_{\text{в}}$  и лед температурой  $t_{\text{л}}$ . Сколько льда и сколько воды нужно взять? Все табличные значения считать известными.

**8.1.57** После опускания в воду при температуре  $t_0$  тела температурой  $T$  установилась температура  $\theta_1$ . Какой станет температура воды  $\theta_2$ , если, не вынимая тела, в воду опустить еще одно такое же тело при температуре  $T$ ? Теплоемкостью калориметра и испарением воды пренебречь. Смены агрегатного состояния не происходит.

## Сгорание топлива

**8.1.58** Сколько топлива с удельной теплотой сгорания  $q$  надо сжечь, чтобы нагреть  $M$  воды на  $\Delta t$  градусов?

**8.1.59** Воду массой  $M = 1$  кг нагрели с температуры  $t_1 = 25^\circ\text{C}$  до температуры  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ . Сколько спирта потребовалось для этого сжечь?

**8.1.60** Спирт массой 10 кг нагрели на 10 градусов, при этом потратили 6 г топлива. Какое топливо использовали для нагрева?

**8.1.61** Воду массой  $m_{\text{в}}$  нагрели на  $n$  градусов на газовой горелке. Сколько топлива сгорело? Все табличные значения считать известными.

**8.1.62** Воду массой  $m_{\text{в}}$  при температуре  $t_{\text{в}}$ , находящуюся в алюминиевом сосуде массой  $M$  той же температуры, нагрели до температуры  $\theta$  на газовой горелке. Сколько топлива сгорело? Все табличные значения считать известными.

**8.1.63** Воду массой  $m_{\text{в}}$  при температуре  $t_{\text{в}}$ , находящуюся в сосуде теплоемкостью  $C$  той же температуры, нагрели до температуры  $\theta$  на газовой горелке. Сколько топлива сгорело? Все табличные значения считать известными.

**8.1.64** Сколько топлива с удельной теплотой сгорания  $q$  надо сжечь, чтобы нагреть  $m$  воды с температуры  $t_{\text{в}}$  до температуры  $\theta$  в сосуде теплоемкостью  $C$ ? Все табличные значения считать известными.

**8.1.65** Воду массой  $m_{\text{в}}$  при температуре  $t_{\text{в}}$ , находящуюся в сосуде теплоемкостью  $C$  той же температуры, нагрели до температуры  $\theta$  на газовой горелке. Потери тепла составили  $Q_{\text{потерь}}$ . Сколько топлива сгорело? Все табличные значения считать известными.

**8.1.66** В стеклянной колбе массой  $m = 0,3$  кг нагревают воду массой  $m_{\text{в}} = 0,8$  кг с начальной температуры  $t_0 = 10^\circ\text{C}$  до конечной температуры  $\theta = 38^\circ\text{C}$ , сжигая топливо массой  $m_{\text{з}} = 10$  г. Потери составили 0,2 МДж. Удельная теплоемкость стекла  $c = 800$  Дж/(кг  $^\circ\text{C}$ ). Определите тип топлива.

## Теплообмен со сменой агрегатных состояний

**8.1.67** При плавлении льда температурой  $0^\circ\text{C}$  получается вода такой же температуры. При этом необходимо передавать льду энергию, чтобы процесс плавления происходил. На что тратится эта энергия, если нагрева не происходит?

**8.1.68** Закрытую пластиковую бутылку с водой и кубиками льда погружают (помещают):

1. в лед при температуре плавления;
2. в воду нулевой температуры;
3. в смесь льда и воды при температуре кристаллизации воды;
4. в мокрый снег;
5. в комнату, температура воздуха в которой  $t = 0^\circ\text{C}$ .

Опишите, что будет происходить с водой в бутылке (охлаждение, нагрев, кристаллизация) в каждом случае.

**8.1.69** Какое количество теплоты  $Q$  потребуется, чтобы нагреть лед массой  $m = 100$  г с температуры  $t_1 = -20^\circ\text{C}$  до  $t_2 = -10^\circ\text{C}$ ?

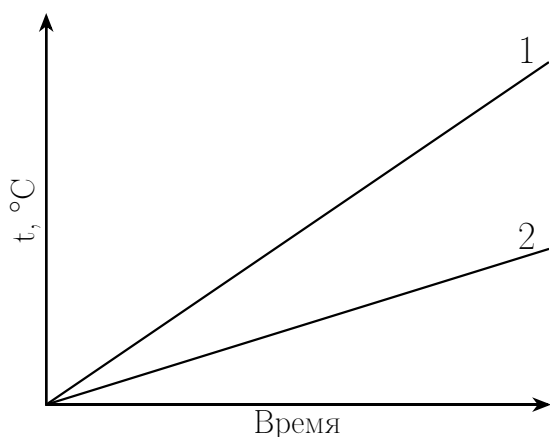
**8.1.70** Какое количество теплоты  $Q$  потребуется, чтобы нагреть лед массой  $m = 100$  г с температуры  $t_1 = -20^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 0^\circ\text{C}$ ?

**8.1.71** Какое количество теплоты  $Q$  потребуется, чтобы нагреть лед массой  $m = 100$  г с температуры  $t_1 = -20^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 10^\circ\text{C}$ ?

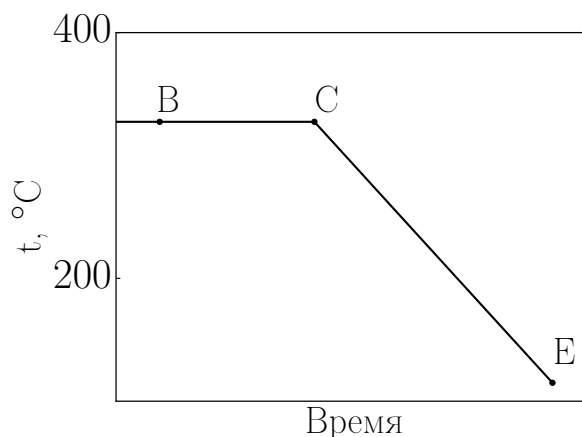
**8.1.72** Какое количество теплоты  $Q$  потребуется, чтобы нагреть лед массой  $m = 100$  г с температуры  $t_1 = -20^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 100^\circ\text{C}$ ?

**8.1.73** Какое количество теплоты  $Q$  потребуется, чтобы полностью превратить лед массой  $m$ , имеющий отрицательную температуру  $t_1$ , в пар?

◇ **8.1.74** Железный и алюминиевый бруски одинаковой массы нагревали в одинаковых условиях. На рисунке представлены графики зависимости температуры брусков от времени нагрева. Укажите, какой график соответствует железу, какой – алюминию. Поясните свой ответ. Удельная теплоемкость железа равна  $450$  Дж/(кг  $^\circ\text{C}$ ), а алюминия –  $920$  Дж/(кг  $^\circ\text{C}$ ). Мощность нагрева считать постоянной.



К задаче 8.1.74



К задаче 8.1.75

◇ **8.1.75** Для какого вещества мог быть построен график на рисунке? Какие процессы соответствуют участкам ВС и СЕ на этом графике? В какой из точек (В или С) молекулы данного вещества обладают большим запасом кинетической энергии? Ответ обоснуйте. Мощность нагрева считать постоянной.

**8.1.76** Изобразите график  $t^\circ(Q)$  (зависимость температуры от количества выделенной теплоты) для остывания воды, взятой при температуре  $60^\circ\text{C}$ , до температуры  $-20^\circ\text{C}$ . Считать, что остывание происходит с постоянной мощностью.

- Объясните разницу углов наклона участков, соответствующих охлаждению воды и охлаждению льда.
- Запишите формулы, по которым можно рассчитать количество теплоты, выделенное водой (льдом) на каждом участке графика.

**8.1.77** Изобразите график  $t^\circ(Q)$  (зависимость температуры от количества полученной теплоты) для нагревания льда, взятого при температуре  $-60^\circ\text{C}$ , до температуры  $20^\circ\text{C}$ . Считать, что мощность нагревателя постоянна.

- Объясните разницу углов наклона участков, соответствующих нагреву воды и нагреву льда.
- Запишите формулы, по которым можно рассчитать количество теплоты, полученное льдом (водой) на каждом участке графика.

**8.1.78** Твердое тело массой  $m$  с удельной теплотой плавления  $\lambda$  и температурой плавления  $t_{\text{пл}}$  взяли при температуре  $t_1 < t_{\text{пл}}$ . Тело нагрели до температуры  $\theta > t_{\text{пл}}$ . Удельная теплоемкость тела в твердом состоянии равна  $c_{\text{ТВ}}$ , а в жидком  $c_{\text{Ж}}$ . Запишите полное количество теплоты, потраченное на нагрев тела.

**8.1.79** Жидкость массой  $m$  с удельной теплотой кристаллизации  $\lambda$  и температурой кристаллизации  $t_{\text{пл}}$  взяли при температуре  $t_1 > t_{\text{пл}}$ . Жидкость остудили до температуры  $t_2 < t_{\text{пл}}$ . Удельная теплоемкость жидкости равна  $c_{\text{ж}}$ , а этого же тела в твердом состоянии  $c_{\text{тв}}$ . Запишите полное количество теплоты, выделенное в этом процессе.

**8.1.80** В чашке находилось 500 г льда при температуре  $-5^\circ\text{C}$ . В нее вливают 200 г воды, имеющей температуру  $80^\circ\text{C}$ . Какая температура установится в чашке? Что в ней будет находиться?

**8.1.81** При нормальном атмосферном давлении в открытый калориметр помещают одинаковое количество воды (при температуре  $+t^\circ$ ) и льда (при температуре  $-t^\circ$ ). Какая максимальная доля льда может при этом расплавиться?

**8.1.82** Какое количество теплоты  $Q$  выделится при превращении водяного пара при  $t_{\text{кип}}$  массой  $m = 1$  кг в лед температурой  $\theta = -15^\circ\text{C}$ ?

**8.1.83** Сколько бытового газа надо сжечь, чтобы нагреть лед массой  $m = 100$  г с температуры  $t_1 = -20^\circ\text{C}$  до температуры плавления?

**8.1.84** Сколько бытового газа надо сжечь, чтобы полностью превратить в пар литр воды с начальной температуры  $50^\circ\text{C}$ ?

**8.1.85** Сколько бытового газа надо сжечь, чтобы нагреть лед массой  $m = 100$  г с температуры  $t_1 = -20^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 10^\circ\text{C}$ ?

**8.1.86** Какова была масса льда, если для того, чтобы его температура изменилась с  $t_1 = -20^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 10^\circ\text{C}$ , сожгли 10 г керосина?

**8.1.87** До какой температуры можно нагреть воду с температуры плавления льда  $t_{\text{пл}}$ , потратив столько же тепла, сколько нужно для плавления льда той же массы?

**8.1.88** На сколько градусов можно нагреть один килограмм воды, потратив столько же тепла, сколько выделяется при конденсации одного килограмма водяного пара?

**8.1.89** В калориметр с водой опущена трубка. По трубке в воду впускают водяной пар при температуре  $100^\circ\text{C}$ . В некоторый момент масса воды перестает увеличиваться, хотя пар по-прежнему пропускают. Первоначальная масса воды 460 г, а температура  $0^\circ\text{C}$ . Определите массу сконденсировавшегося пара. Тепловыми потерями пренебречь.

**8.1.90** К воде массой  $m_{\text{в}}$  и температурой  $t_{\text{в}}$  добавили лед при температуре  $t_{\text{л}}$  и пар при температуре  $t_{\text{кип}}$ . В результате температура воды не изменилась. Найти отношение  $m_{\text{л}}/m_{\text{п}}$ .

**8.1.91** Ко льду массой  $m_{\text{л}}$  при температуре  $t_{\text{л}}$  добавили  $m_{\text{в}}$  воды. После установления теплового равновесия температура системы составила  $\theta$ . Найти температуру добавленной воды  $t_{\text{в}}$ . Теплопотерями пренебречь.

**8.1.92** В калориметр теплоемкостью  $C$  с водой массой  $m_{\text{в}}$  при температуре  $t_{\text{в}}$  бросили лед температурой  $t_{\text{л}}$ . Какова была масса льда  $m_{\text{л}}$ , если лед растаял на треть?

**8.1.93** Тело при температуре  $t_0 = 200^\circ\text{C}$  массой 5 кг превратили в пар, затратив на это энергию в 21 МДж. Параметры тела таковы:  $L = 3 \cdot 10^6$  Дж/кг, температура кипения  $t_{\text{кип}} = 600^\circ\text{C}$ . Удельная теплоемкость тела в жидком состоянии  $c_1 = 3000$  Дж/(кг  $^\circ\text{C}$ ). В каких агрегатных состояниях могло находиться тело в момент начала нагревания? Ответ обосновать расчетами.

### «Мокрый снег»

**8.1.94** В сосуд теплоемкостью  $C$  с мокрым снегом массой  $m_{\text{сн}}$  добавили воду массой  $m_{\text{в}}$  при температуре плавления  $t_{\text{пл}}$ . К полученной смеси добавили лед массой  $m_{\text{л}}$ , температура льда равна  $0^\circ\text{C}$ . Найти конечную температуру смеси  $\theta$ . Все табличные значения считать известными.

**8.1.95** К воде массой  $m_{\text{в}}$  добавили мокрый снег массой  $m_{\text{сн}}$ . В результате получился только лед при температуре  $t_{\text{л}}$  ( $t_{\text{л}} < t_{\text{пл}}$ ). Найти начальную температуру воды.

**8.1.96** В сосуд с водой массой  $m_{\text{в}}$  и температурой  $t_{\text{в}}$  поместили мокрый снег. В результате теплообмена осталась только вода массой  $M$  при температуре плавления  $t_{\text{пл}}$ . Найти, сколько в мокром снегу содержалось воды  $m'_{\text{в}}$  и льда  $m'_{\text{л}}$ . Теплоемкость сосуда принять равной нулю. Все табличные значения считать известными.

**8.1.97** В калориметр теплоемкостью  $C$ , содержащий воду массой  $m_{\text{в}}$  и температурой  $t_{\text{в}}$ , поместили мокрый снег. В результате теплообмена осталась только вода массой  $M$  при температуре плавления  $t_{\text{пл}}$ . Найти, сколько в мокром снегу содержалось воды  $m'_{\text{в}}$  и льда  $m'_{\text{л}}$ . Все табличные значения считать известными.



**8.1.98** В воду массой  $m_{\text{в}}$  и температурой  $t_{\text{в}}$  бросили мокрый снег массой  $m_{\text{сн}}$ . В результате теплообмена установилась температура  $\theta > t_{\text{пл}}$ . Найти, сколько в мокром снегу содержалось воды  $m'_{\text{в}}$ . Все табличные значения считать известными.

**8.1.99** В сосуд теплоемкостью  $C$ , содержащий  $m_{\text{в}}$  воды температурой  $t_{\text{в}}$ , бросили мокрый снег массой  $m_{\text{сн}}$ . В результате теплообмена установилась температура  $\theta > t_{\text{пл}}$ . Сколько воды  $m'_{\text{в}}$  содержалось в мокром снегу? Все табличные значения считать известными.

**8.1.100** В воду массой  $m = 1$  кг при  $t = 20^\circ\text{C}$  брошен комок мокрого снега массой  $m_{\text{к}} = 250$  г. Когда весь снег растаял, общая температура стала равной  $\theta = 5^\circ\text{C}$ . Определить количество воды в комке снега.

**8.1.101** Ко льду массой  $m = 1$  кг при  $t = -20^\circ\text{C}$ , находящемуся в калориметре, добавлен комок мокрого снега массой  $m_{\text{к}} = 200$  г. После окончания теплообмена в калориметре установилась температура  $\theta = -10^\circ\text{C}$ . Определить количество воды в комке снега.

**8.1.102** В теплоизолированном сосуде находится смесь льда массой  $m_1 = 2,1$  кг и воды. После начала нагревания температура смеси оставалась постоянной в течение времени  $\tau_1 = 11$  мин, а затем за время  $\tau_2 = 4$  мин повысилась на  $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ . Определить массу смеси, если считать, что количество теплоты, получаемое системой в единицу времени, постоянно. Теплоемкостью сосуда пренебречь.

**8.1.103** В теплоизолированный цилиндрический сосуд поместили кусок льда массой  $M$  при  $t = 0^\circ\text{C}$  и прочно прикрепили ко дну. Затем залили этот лед водой такой же массой  $M$ . Вода полностью покрыла лед и достигла уровня  $H = 20$  см. Определите, какова была температура воды, если после установления теплового равновесия уровень воды в сосуде опустился на  $h = 0,4$  см.

## КПД и мощность

**8.1.104** Воду массой  $m_{\text{в}}$  нагрели на  $n$  градусов за  $\tau$  секунд на спиртовке, мощность которой  $P$ . Найти количество потерянной теплоты  $Q_{\text{потерь}}$ . Все табличные значения считать известными.

**8.1.105** Воду массой  $m_{\text{в}}$  в алюминиевом баке массой  $M$  нагрели на  $\Delta t$  градусов за  $\tau$  секунд на спиртовке, мощность которой  $P$ . Найти  $Q_{\text{потерь}}$ . Все табличные значения считать известными.

**8.1.106** Воду массой  $m_{\text{в}}$  при температуре  $t_{\text{в}}$ , находящуюся в сосуде теплоемкостью  $C$  той же температуры, нагрели до температуры  $\theta$  на газовой горелке с КПД  $\eta$ . Сколько топлива сгорело? Все табличные значения считать известными.

**8.1.107** Воду массой  $m_{\text{в}}$  в котелке теплоемкостью  $C$  нагрели на  $\Delta t$  градусов за  $\tau$  секунд на спиртовке, мощность которой  $P$ . Найти КПД спиртовки. Все табличные значения считать известными.

**8.1.108** Молоко массой  $m$  налили в кастрюлю теплоемкостью  $C$  и нагрели на газовой плите с КПД  $\eta$  до температуры  $\theta$ . Найдите начальную температуру молока, если комнатная температура равна  $t_{\text{ком}}$ , а удельная теплота сгорания использованного топлива  $q$ , причем сгорело  $m_{\text{т}}$  топлива.

**8.1.109** На плите стоит кастрюля с водой. При нагревании температура воды увеличилась от  $90^\circ\text{C}$  до  $95^\circ\text{C}$  за одну минуту. Какая доля теплоты, получаемой водой при нагревании, рассеивается в окружающем пространстве, если время остывания той же воды от  $95^\circ\text{C}$  до  $90^\circ\text{C}$  равно 9 минутам?

**8.1.110** Сколько топлива надо сжечь, чтобы довести до кипения воду массой  $m_{\text{в}}$  при температуре  $t_0$  в титановом котелке массой  $M$ ? Перед началом нагрева вода находится в тепловом равновесии с баком. КПД горелки равен  $\eta$ . Все табличные значения считать известными.

**8.1.111** На газовой горелке нагрели алюминиевый чайник массой  $M$  с водой массой  $m_{\text{в}}$ . Испарилось  $m'_{\text{в}}$  воды, при этом сгорело  $m_{\text{т}}$  газа. Найти КПД  $\eta$  горелки, если чайник с налитой в него водой долгое время находился в комнате с температурой  $t_0$ .

**8.1.112** Сжигая  $m_{\text{т}}$  бензина, вскипятили  $m_{\text{в}}$  воды начальной температуры  $t_{\text{в}}$ . Сколько воды испарилось, если КПД горелки равен  $\eta$ ?

**8.1.113** Лед, имевший начальную температуру  $t_{\text{л}}$ , полностью превратили в воду в сосуде теплоемкостью  $C$ . Для этого сожгли  $m_{\text{т}}$  спирта. Найдите массу льда, если теплотери составили 50%. Сосуд находился в тепловом равновесии со льдом перед началом нагревания.

**8.1.114** Двигаясь со средней скоростью 30 км/ч, автомобиль проехал 90 км. Определите среднюю мощность двигателя, если было израсходовано 8 л бензина. Коэффициент полезного действия двигателя считать равным 40%.

**8.1.115** Автомобиль движется со скоростью 100 км/ч. Мощность двигателя 60 кВт, его КПД 50%. Определите расход бензина в литрах на 100 км пути.

**8.1.116** В медной банке расплавили лед массой  $m_{\text{л}}$ , имевший начальную температуру  $t_{\text{л}}$ . Для этого использовали спиртовую горелку, причем сгорело  $m_{\text{т}}$  топлива. Найдите массу банки  $M$ , если температура получившейся воды составляет  $\theta$ . Все табличные значения считать известными.

**8.1.117** Мокрый снег превратили в пар на горелке мощностью  $P$  за время  $\tau$ . В снегу содержалось  $m_{\text{л}}$  льда. Сколько воды  $m_{\text{в}}$  содержалось в мокром снегу, если КПД горелки  $\eta$ ?

**8.1.118** В чайник налили воды при температуре  $10^\circ\text{C}$  и поставили на электроплитку. Через 7 минут вода нагрелась до  $80^\circ\text{C}$ . Через какое время после этого вода закипит?

**8.1.119** Чайник нагревает воду с температуры  $t_{\text{в}}$  до кипения за время  $\tau_1$ . Через какое время (с момента закипания) вода полностью испарится?

**8.1.120** Из ведра налили в кастрюлю некоторое количество воды, затем поставили кастрюлю на нагреватель и через 30 минут вода в ней закипела. Тогда из того же ведра зачерпнули еще некоторое количество воды и долили в кастрюлю. При этом температура воды в кастрюле понизилась на  $12^\circ\text{C}$ . Через 5 минут после этого вода в кастрюле закипела. Какова температура воды в ведре? Теплообмен воды с внешней средой не учитывать.

**8.1.121** В комнате на столе стоят два одинаковых стакана. Температура в комнате  $20^\circ\text{C}$ . В первый стакан быстро наливают  $m$  воды температурой  $t = 0^\circ\text{C}$ , а во второй кладут кусочек льда массой  $m_{\text{л}} = 10$  г и той же температуры и наливают  $m - m_{\text{л}} = 190$  г воды температурой  $0^\circ\text{C}$ . Температура воды в первом стакане через время  $\tau_1 = 2$  мин увеличилась на  $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ . Через какое время после заполнения второй стакан тоже нагреется на  $1^\circ\text{C}$ ? Теплоемкостью стаканов пренебречь.

**8.1.122** Чайник с  $m$  кипятка остывает до комнатной температуры в  $\beta$  раз быстрее, чем чайник с  $\alpha m$  кипятка. Найти  $C$  чайника.

**8.1.123** Алюминиевый чайник с двумя литрами воды комнатной температуры вскипятили на газовой плите. Вылив кипятка, сразу набрали столько же воды комнатной температуры и снова довели ее до кипения на той же конфорке. Оказалось, что во второй раз вода закипела на 20% быстрее. Найдите массу чайника.

**8.1.124** В калориметр теплоемкостью  $C$  запустили  $m_{\text{п}}$  пара при  $t_{\text{кип}}$ . Найти температуру  $\theta$  получившейся воды, если весь пар сконденсировался. Начальная температура калориметра  $t_0$ .

**8.1.125** Тепло, полученное от сгорания бензина объемом  $V$ , пошло на нагрев некоторого твердого тела массой  $m$  от температуры  $t_1$  до  $t_2$ . В процессе нагрева тело расплавилось. После превращения твердого тела в жидкость нагревание шло еще какое-то время. Считайте, что только половина теплоты, выделенной при сгорании бензина, пошла на нагрев тела. Найдите температуру плавления тела  $t_{\text{пл}}$ . Удельная теплоемкость тела в твердом состоянии  $c_1$ , а в жидком  $c_2$ . Все табличные значения считать известными.

**8.1.126** Сжигая 800 г бензина, воду массой 50 кг нагревают от  $20^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$ , причем часть воды испаряется. Сколько воды испарилось, если КПД нагревателя составляет 60%?

**8.1.127** На газовой горелке нагревают алюминиевый чайник массой 1,2 кг, содержащий 2 л воды при температуре  $50^\circ\text{C}$ . Вода в чайнике нагрелась до  $100^\circ\text{C}$ , и 200 г воды при этом испарилось. Найдите КПД горелки, если в описанном процессе израсходовали 50 г природного газа ( $q = 40$  МДж/кг).

**8.1.128** Ко льду массой  $m_{\text{л}}$  при  $0^\circ\text{C}$  добавили пар при  $100^\circ\text{C}$ . Сколько воды будет в калориметре сразу после того, как весь лед растает?

**8.1.129** К пару массой  $m_{\text{п}}$  при  $100^\circ\text{C}$  добавили лед при  $0^\circ\text{C}$ . Сколько воды будет в калориметре сразу после того, как весь пар сконденсируется?

**8.1.130** Алюминиевый кубик ставят на лед, имеющий температуру  $0^\circ\text{C}$ . До какой температуры надо нагреть кубик, чтобы он при этом погрузился в лед наполовину? Тепловыми потерями пренебречь.

**8.1.131** Железный шарик радиусом  $R = 10$  см, нагретый до температуры  $t_1 = 500^\circ\text{C}$ , положили на лед, температура которого  $t_2 = 0^\circ\text{C}$ . На какую глубину погрузится шарик в лед? Теплопроводностью шарика и нагреванием воды пренебречь. Считать, что шарик погрузился в лед полностью. Объем шара рассчитывается по формуле  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

**8.1.132** Электрический кипятильник мощностью 350 Вт не может нагреть 600 г воды до кипения. Убедившись в этом, кипятильник выключают. На сколько понизится температура воды через 15 с после выключения кипятильника?

**8.1.133** Василий живет на первом этаже. За один прием душа он тратит объем горячей воды  $V_1$  и некоторое количество холодной. Температура горячей воды, текущей из крана, равна  $T_1$ , а температура холодной равна  $T_2$ . Однажды Василий решил принять душ у соседа, живущего на 5 этаже. Оказалось, что температура горячей воды  $T'_1$ , текущей из крана на 5 этаже, составляет  $\alpha T_1$ . Сколько горячей воды потратит Василий на прием душа на 5 этаже?

**8.1.134** К чайнику с кипящей водой ежесекундно подводится энергия, равная  $1,13$  кДж. Найти скорость истечения пара из носика чайника, площадь сечения которого  $S$  равна  $1$  см<sup>2</sup>. Плотность водяного пара принять равной  $1$  кг/м<sup>3</sup>.

**8.1.135** Чайник с водой при температуре  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  нагрелся на газовой горелке до  $t_1 = 40^\circ\text{C}$  за время  $\tau_1 = 2$  мин. Желая ускорить нагрев, половину воды вылили, и еще через  $\tau_2 = 1$  мин температура воды достигла  $t_2 = 55^\circ\text{C}$ . Так как и это показалось медленным, вылили еще половину оставшейся воды, но при этом случайно задели кран горелки, вдвое убавив ее мощность. Через какое время  $\tau_3$  чайник все-таки нагреется до  $t_3 = 100^\circ\text{C}$ ? Потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь.

## Влажность

**8.1.136** Водяной пар прозрачен. Что же тогда вылетает из носика кипящего чайника?

**8.1.137** В каком воздухе может содержаться больше влаги без образования тумана — в теплом или холодном? Почему?

**8.1.138** Что такое туман? Почему он часто образуется рано утром?

**8.1.139** Сосуд, содержащий жидкость, герметично закрыт поршнем в течение долгого времени. Газ находится в динамическом равновесии с жидкостью. Как изменится относительная влажность воздуха в сосуде, если объем, занимаемый газом, уменьшить в два раза, опустив поршень?

**8.1.140** Относительная влажность воздуха в цилиндре под поршнем равна  $40\%$ . Воздух сжали, уменьшив его объем в два раза. Какова стала относительная влажность воздуха, если температура воздуха не изменилась?

**8.1.141** Относительная влажность воздуха в цилиндре под поршнем равна  $75\%$ . Воздух сжали, уменьшив его объем в два раза. Какова стала относительная влажность воздуха, если температура воздуха не изменилась?

**8.1.142** Воду массой  $m_{\text{в}}$  поместили под герметичный купол объемом  $V$ . Определите, сколько воды испарится и какой будет плотность получившегося пара. Известна плотность  $\rho_{\text{н}}$  насыщенного пара для данной температуры. Считать, что изначально воздух не содержал водяного пара.

**8.1.143** Воду массой  $m_{\text{в}}$  поместили под герметичный купол объемом  $V$ . Определите, сколько воды испарится и какой будет плотность получившегося пара. Известна плотность  $\rho_{\text{н}}$  насыщенного пара для данной температуры. Плотность водяного пара в воздухе  $\rho_0$ .

**8.1.144** Предложите способ измерения относительной влажности воздуха, находящегося при температуре  $-10^\circ\text{C}$ , при помощи конденсационного гигрометра.

**8.1.145** Морозным зимним днем (температура воздуха была около  $-25^\circ\text{C}$ ) школьник Миша пришел домой после школы, и ему показалось, что дома очень сухой воздух. Домашний гигрометр показал относительную влажность 40%. На улице, откуда он только что пришел, такого ощущения не было. Миша проверил прогноз погоды — оказалось, что относительная влажность в этот день составляла 80%. Поэтому Миша решил открыть окна и хорошенько проветрить, чтобы запустить в квартиру более влажный уличный воздух. Закрыв окна и дождавшись, пока воздух нагрелся до комнатной температуры, Миша с удивлением обнаружил, что относительная влажность в квартире упала. Как это можно объяснить?

# Электричество

## Определения

1. Электрическое поле.
2. Силовые линии электрического поля. Их направление.
3. Однородное и неоднородное поле.
4. Электрический ток.
5. Действия электрического тока.
6. Условия существования электрического тока.
7. Сила тока  $I$ .
8. Сила тока в 1 А.
9. Напряжение  $U$ .
10. Напряжение в 1 В.
11. Сопротивление  $R$ .
12. Удельное сопротивление  $\rho$ .
13. Закон Ома.
14. Формулы ( $U, I$ ) для последовательного соединения двух проводников.
15. Формулы ( $U, I$ ) для параллельного соединения двух проводников.
16. Закон Джоуля-Ленца.
17. Мощность тока  $P$ .

## Теоретические вопросы

**8.2.1** Какие частицы являются носителями заряда в металлах? Какой у них электрический заряд? Какие еще заряженные частицы есть в металлах? Почему металлический и пластмассовый предметы имеют разные электрические свойства, если оба состоят из одинаковых частиц?

**8.2.2** Что такое однородное электрическое поле? Как можно его создать? Сделайте чертеж.

**8.2.3** (а) Нарисуйте линии электрического поля около положительного заряда. (б) Нарисуйте линии электрического поля около отрицательного заряда.

**8.2.4** Нарисуйте линии электрического поля около диполя (положительный и отрицательный заряды одинаковой величины). Укажите направление линий электрического поля.

**8.2.5** На некотором удалении друг от друга находятся два положительно заряженных одинаковых шарика (заряды одинаковы). Изобразите на чертеже эти шарики и линии электрического поля.

**8.2.6** На некотором удалении друг от друга находятся два отрицательно заряженных одинаковых шарика (заряды одинаковы). Изобразите на чертеже эти шарики и линии электрического поля.

**8.2.7** Два незаряженных металлических кубика приложили вплотную друг к другу и внесли в однородное электрическое поле. Линии электрического поля перпендикулярны соприкасающимся граням кубиков. Затем кубики разъединили. Окажутся ли они заряженными? Как и почему? Сделайте рисунок.

**8.2.8** Два незаряженных стеклянных кубика приложили вплотную друг к другу и внесли в однородное электрическое поле. Линии электрического поля перпендикулярны соприкасающимся граням кубиков. Затем кубики разъединили. Окажутся ли они заряженными? Как и почему? Сделайте рисунок.

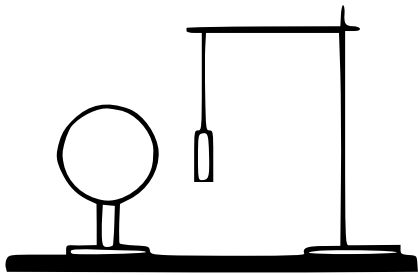
**8.2.9** Две металлические гильзы из фольги, висящие рядом на нитях, отталкиваются. Как будут взаимодействовать эти гильзы, если коснуться рукой одной из них?

**8.2.10** Две одинаковые гильзы висят рядом на нитях одинаковой длины. На красной нити висит заряженная гильза, а на синей — незаряженная. Какая нить сильнее отклонена от вертикали?

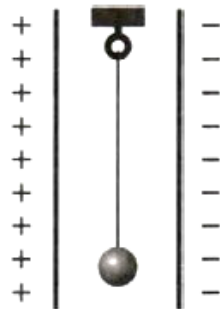
**8.2.11** Между двумя прямоугольными параллельными пластинами, расстояние между которыми много меньше размеров пластин, поместили легкий шарик из алюминиевой фольги. Одна пластина заряжена положительно, а другая — отрицательно. Объясните подробно, к какой пластине и почему притянется шарик.



- ◇ **8.2.12** Легкая трубочка из тонкой алюминиевой фольги подвешена к штативу на тонкой шелковой нити. Что произойдет с трубочкой, когда вблизи нее окажется отрицательно заряженный шар? Трубочка не заряжена, длина нити позволяет трубочке коснуться шара. Ответ поясните, указав, какие физические закономерности вы использовали.



- ◇ **8.2.13** Легкий шарик из тонкой алюминиевой фольги подвешен на вертикальной нити между двумя большими пластинами, одна из которых заряжена положительно, а другая — отрицательно (см. рисунок). Длина нити позволяет шарик коснуться обеих пластин. Опишите поведение системы, если шарик отвести от положения равновесия так, чтобы он коснулся отрицательно заряженной пластины, а затем отпустить.



**8.2.14** Одно металлическое тело заряжено положительно, а другое — отрицательно. Тела соединили проводом. Как будут перемещаться электроны? Как будут перемещаться протоны? Куда будет направлен ток? Можно ли возникший ток назвать постоянным? Сделайте чертеж.

**8.2.15** Приведите примеры частиц, которые могут переносить заряд в металлах, жидкостях и газах. Что нужно для того, чтобы заряженные частицы стали перемещаться?

**8.2.16 (а)** К незаряженному электрометру поднесли положительно заряженную палочку, не касаясь его. Как перемещались заряженные частицы? Почему отклонилась стрелка электрометра? Как изменился полный заряд электрометра? Сделайте чертеж.

**(б)** Палочкой коснулись электрометра, затем ее убрали. Стал ли электрометр заряжен положительно или отрицательно? Будет ли отклонена стрелка?

**8.2.17 (а)** К незаряженному электрометру поднесли отрицательно заряженную палочку, не касаясь его. Как перемещались заряженные частицы? Почему отклонилась стрелка электрометра? Как изменился полный заряд электрометра? Сделайте чертеж.

**(б)** Палочкой коснулись электрометра, затем ее убрали. Стал ли электрометр заряжен положительно или отрицательно? Будет ли отклонена стрелка?

**8.2.18 (а)** К положительно заряженному электрометру поднесли положительно заряженную палочку, не касаясь его. Как перемещались заряженные частицы? Почему отклонилась стрелка электрометра? Как изменился полный заряд электрометра? Сделайте чертеж. **(б)** Палочкой коснулись электрометра, затем ее убрали. Стал ли электрометр заряжен положительно или отрицательно? Будет ли отклонена стрелка?

**8.2.19 (а)** К положительно заряженному электрометру поднесли отрицательно заряженную палочку, не касаясь его. Как перемещались заряженные частицы? Почему отклонилась стрелка электрометра? Как изменился полный заряд электрометра? Сделайте чертеж.

**(б)** Палочкой коснулись электрометра, затем ее убрали. Стал ли электрометр заряжен положительно или отрицательно? Будет ли отклонена стрелка?

**8.2.20 (а)** К отрицательно заряженному электрометру поднесли положительно заряженную палочку, не касаясь его. Как перемещались заряженные частицы? Почему отклонилась стрелка электрометра? Как изменился полный заряд электрометра? Сделайте чертеж.

**(б)** Палочкой коснулись электрометра, затем ее убрали. Стал ли электрометр заряжен положительно или отрицательно? Будет ли отклонена стрелка?

**8.2.21 (а)** К отрицательно заряженному электрометру поднесли отрицательно заряженную палочку, не касаясь его. Как перемещались заряженные частицы? Почему отклонилась стрелка электрометра? Как изменился полный заряд электрометра? Сделайте чертеж.

**(б)** Палочкой коснулись электрометра, затем ее убрали. Стал ли электрометр заряжен положительно или отрицательно? Будет ли отклонена стрелка?

**8.2.22** Подробно опишите последовательность действий, необходимых для создания на электрометре отрицательного заряда при помощи положительно заряженной палочки. Укажите, как и почему перемещались положительно и отрицательно заряженные частицы.

**8.2.23** Подробно опишите последовательность действий, необходимых для создания на электрометре положительного заряда при помощи отрицательно заряженной палочки. Укажите, как и почему перемещались положительно и отрицательно заряженные частицы.

**8.2.24** Какой амперметр (вольтметр) называют «идеальным»?

**8.2.25** Как нужно подключать амперметр для измерения силы тока на участке цепи? Почему? Какое сопротивление должно быть у хорошего амперметра?

**8.2.26** Как нужно подключать вольтметр для измерения напряжения на участке цепи? Почему? Какое сопротивление должно быть у хорошего вольтметра?

**8.2.27** Часто говорят, что у идеального вольтметра должно быть бесконечно большое сопротивление. К какому противоречию это приводит?

**8.2.28** Аккумуляторы смартфонов характеризуют «емкостью»<sup>1</sup>, измеряемой в  $\text{мА} \cdot \text{ч}$ . «емкость» аккумулятора в iPhone 13 Pro равна  $3095 \text{ мА} \cdot \text{ч}$ . Что это означает? Переведите  $3095 \text{ мА} \cdot \text{ч}$  в кулоны.

**8.2.29** Выберите 3 наиболее мощных бытовых прибора в месте вашего проживания. Посмотрев их мощность или мощность аналогичных приборов в документации, оцените ежемесячные расходы (в рублях) на них. Тариф принять  $7 \text{ руб.}$  за один  $\text{кВт} \cdot \text{ч}$ . При желании можно уточнить текущий тариф и учесть разную стоимость в зависимости от времени суток.

**8.2.30** Какой ток используется в жилых домах — постоянный или переменный? В чем заключаются преимущества и недостатки используемого тока?

## Закон Ома для участка цепи

**8.2.31** По горизонтально расположенному проводу течет ток слева направо. На какой части накапливается положительный, а на какой — отрицательный заряд? Сделайте чертеж.

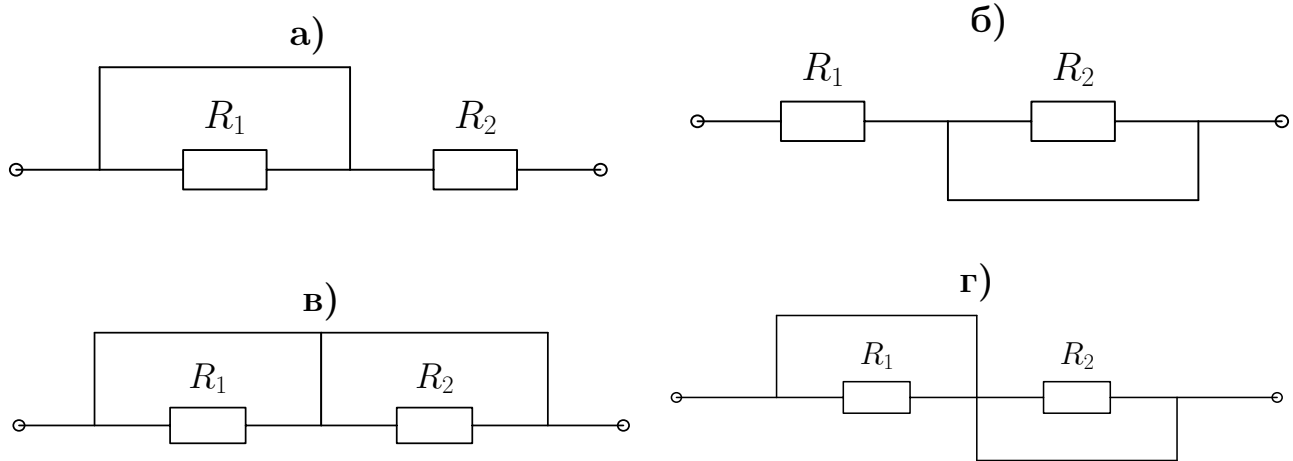
**8.2.32** По проводнику течет ток величиной  $I = 1 \text{ А}$ . Какой величины заряд  $q$  накопится на проводнике за время  $t = 4 \text{ с}$ ?

**8.2.33** Три резистора с сопротивлениями  $R_1, R_2, R_3$  присоединены последовательно к полюсам источника. Известно напряжение  $U$  между клеммами источника. Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{\text{экв}}$  этого участка цепи, а также токи, текущие через все резисторы, и напряжения на каждом резисторе.

**8.2.34** Три резистора с сопротивлениями  $R_1, R_2, R_3$  подключены параллельно к полюсам источника. Известно напряжение  $U$  между клеммами источника. Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{\text{экв}}$  этого участка цепи, а также токи, текущие через все резисторы, и напряжения на каждом резисторе.

---

<sup>1</sup>Не путать с емкостью конденсатора (измеряется в фарадах).



К задаче 8.2.37

**8.2.35** Два резистора сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  соединены последовательно. Вывести формулу для нахождения эквивалентного сопротивления.

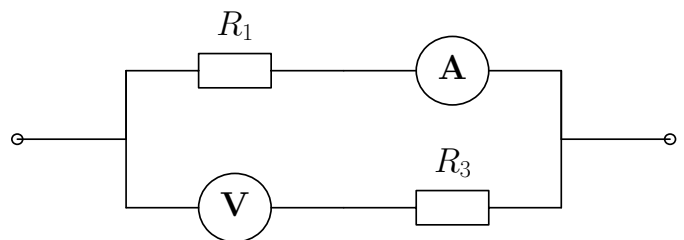
**8.2.36** Два резистора сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  соединены параллельно. Вывести формулу для нахождения эквивалентного сопротивления.

◇ **8.2.37** Начертите эквивалентные схемы и найдите сопротивление участков цепи, изображенных на рисунках.  $R_1$  и  $R_2$  заданы.

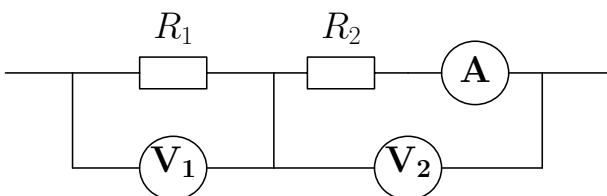
**8.2.38** Дана некоторая электрическая цепь неизвестной конфигурации. Каким образом надо подключить резистор к этой цепи, чтобы сила тока в цепи выросла? Объясните, почему при добавлении сопротивления сила тока увеличивается. Напряжение на полюсах источника считать постоянным.

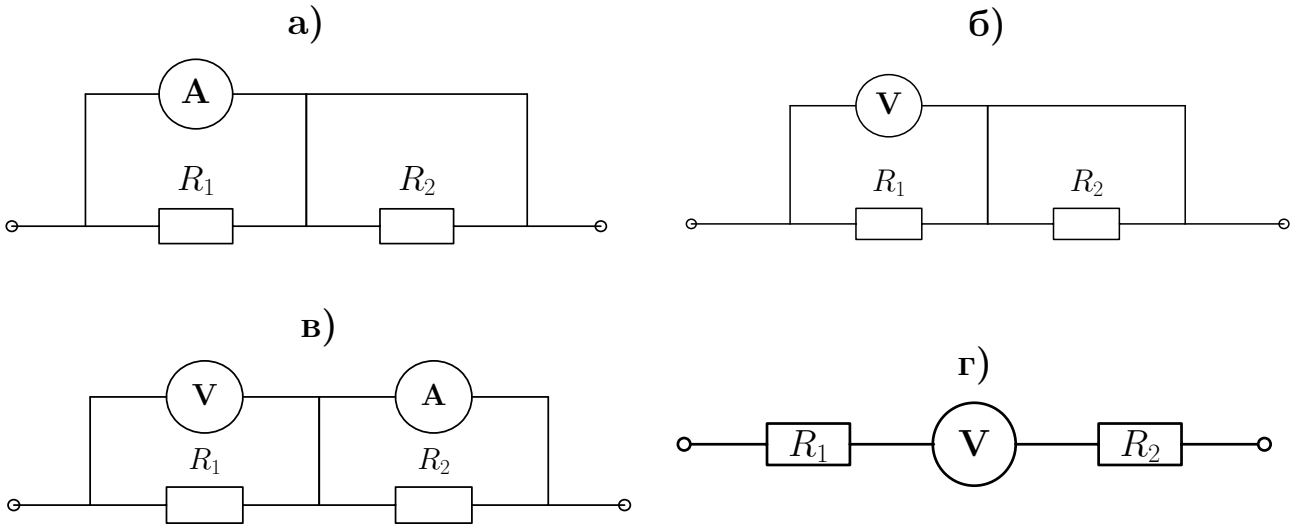
◇ **8.2.39** Начертите эквивалентные схемы для участков цепи, изображенных на рисунках. Найдите эквивалентное сопротивление цепи, полагая  $R_1 = R$ ,  $R_2 = 2R$ . Определите показания приборов, если напряжение на клеммах источника равно  $U_0$ .

◇ **8.2.40** Найти  $R_{\text{эКВ}}$  участка цепи и показания приборов. Найти силу тока, текущего через каждый из резисторов. Найти напряжение на каждом резисторе. Напряжение на источнике равно  $U$ , сопротивления  $R_1$  и  $R_3$  известны.



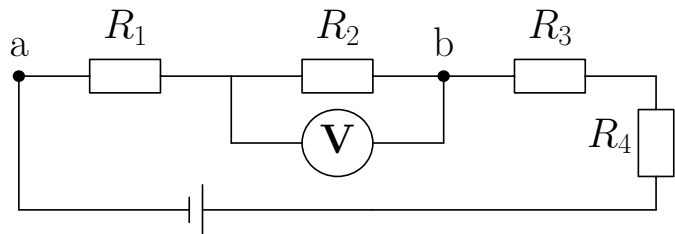
◇ **8.2.41** Вольтметр  $V_1$  показывает напряжение  $U_1$ . Найти показания амперметра и вольтметра  $V_2$ . Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  известны.



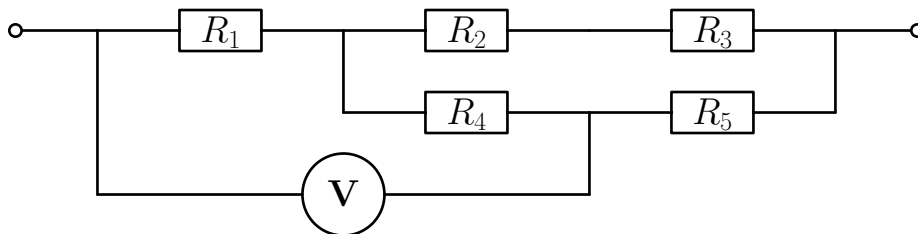


К задаче 8.2.39

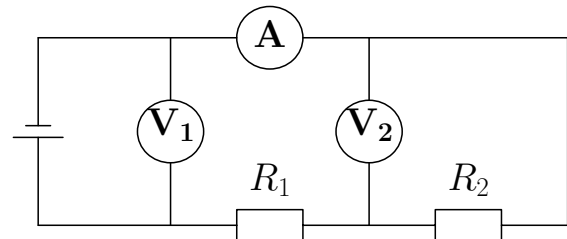
◇ **8.2.42** Найдите силу тока  $I$  в цепи и напряжение на участке  $ab$ , если вольтметр показывает напряжение  $U$  (см. рисунок). Известны сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ .

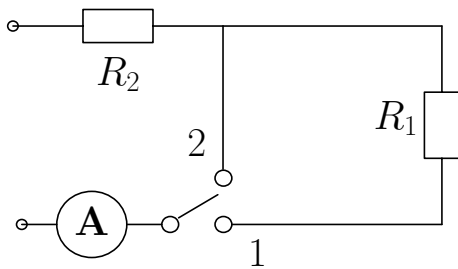


◇ **8.2.43** В цепи, показанной на рисунке, все сопротивления равны 5 Ом. Найти показания вольтметра, если через резистор  $R_2$  течет ток 1 А.



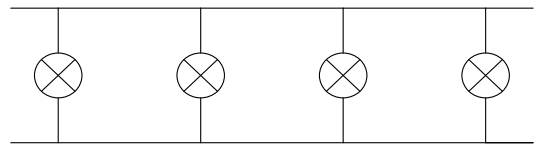
◇ **8.2.44** Первый вольтметр  $V_1$  показывает напряжение  $U$ . Определить показания амперметра  $A$  и второго вольтметра  $V_2$ . Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  считать известными.



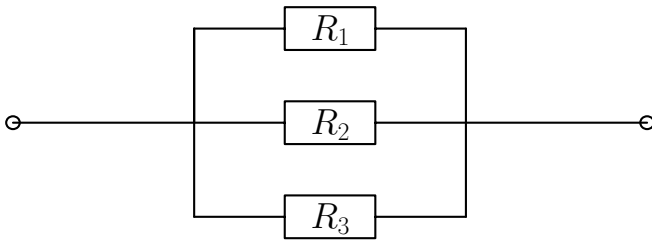


◇ **8.2.45** При замыкании переключателя в положение 1 амперметр показывает силу тока  $I_1$ , а в положение 2 — силу тока  $I_2$ . Определить сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , если напряжение на зажимах цепи равно  $U$ .

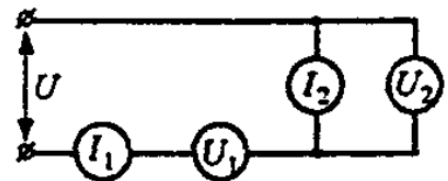
◇ **8.2.46** Общее сопротивление изображенного на схеме участка электрической цепи равно  $R$ . Найти сопротивление одной лампы.



◇ **8.2.47** Найти эквивалентное сопротивление изображенного на рисунке участка цепи. Найти силу тока, текущего через каждый из резисторов. Найти напряжение на каждом резисторе. Напряжение между клеммами источника  $U$ , значения сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  известны.



◇ **8.2.48** [Б-12.1] В схему включены два микроамперметра и два одинаковых вольтметра. Показания микроамперметров:  $I_1 = 100$  мкА и  $I_2 = 99$  мкА, показание вольтметра  $U_1 = 10$  В. Найти показание второго вольтметра.

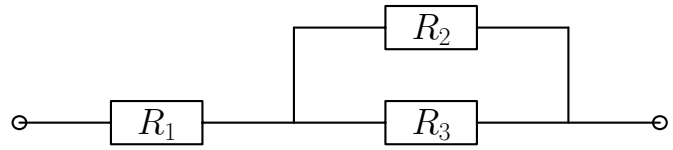


**8.2.49** [Б-12.2] На сколько равных частей нужно разрезать проводник сопротивлением  $R = 25$  Ом, чтобы при параллельном соединении этих частей получить сопротивление  $r = 1$  Ом?

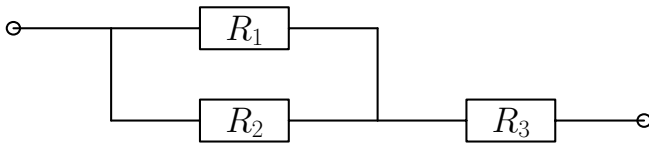
**8.2.50** В люстре три лампочки. Она подсоединена к двухклавишному выключателю. При включенной левой клавише и выключенной правой горят лампочки 1, 2. При включенной правой клавише и выключенной левой горят лампочки 2, 3. При обеих включенных клавишах горят все лампочки. При обеих выключенных клавишах лампочки не горят. Начертите возможную электрическую схему такого подключения.

**8.2.51** В люстре четыре лампочки. Она подсоединена к двухклавишному выключателю. Все четыре лампочки загораются в трех случаях: (1) включена левая клавиша, а правая выключена; (2) включена правая клавиша, а левая выключена; (3) включены обе клавиши. При обеих выключенных клавишах лампочки не горят. Начертите возможную электрическую схему такого подключения.

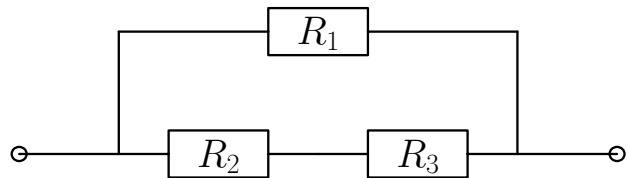
◇ **8.2.52** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока, текущего через каждый из резисторов. Найти напряжение на каждом резисторе. Найти напряжение между клеммами источника  $U$ , значения всех сопротивлений известны.



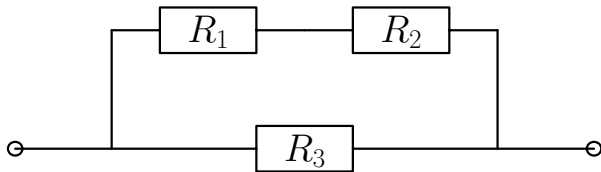
◇ **8.2.53** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи и силу тока, текущего через каждый из резисторов. Найти напряжение на каждом резисторе. Напряжение между клеммами источника равно  $U$ , значения всех сопротивлений считать известными.



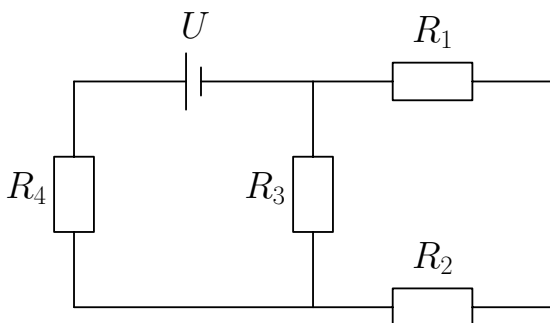
◇ **8.2.54** Найти  $R_{\text{экв}}$  участка цепи. Найти силу тока, текущего через каждый из резисторов. Найти напряжение на каждом резисторе. Напряжение между клеммами источника  $U$ , значения всех сопротивлений известны.



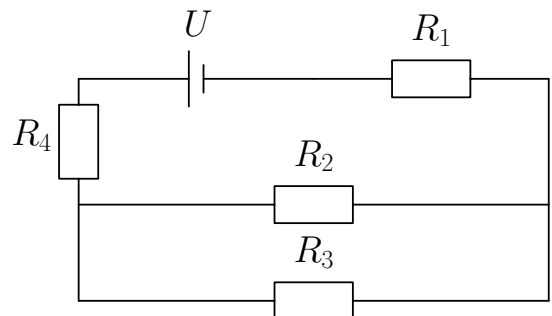
◇ **8.2.55** Найти  $R_{\text{экв}}$  участка цепи. Найти силу тока, текущего через каждый из резисторов. Найти напряжение на каждом резисторе. Напряжение между клеммами источника  $U$ , значения всех сопротивлений известны.



◇ **8.2.56** Найти эквивалентное сопротивление изображенной на рисунке схемы; силу тока, текущего через третий резистор; напряжение на втором резисторе. Все подписанные величины считать известными.

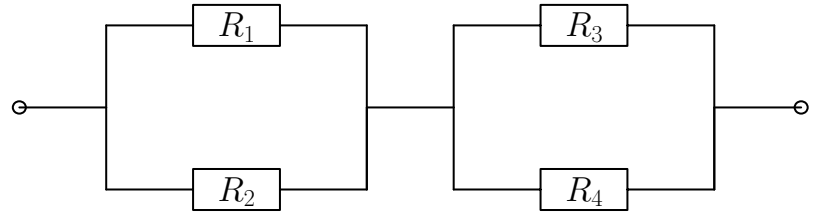


Найти напряжение на каждом резисторе. Напряжение между клеммами источника  $U$ , значения всех сопротивлений известны.

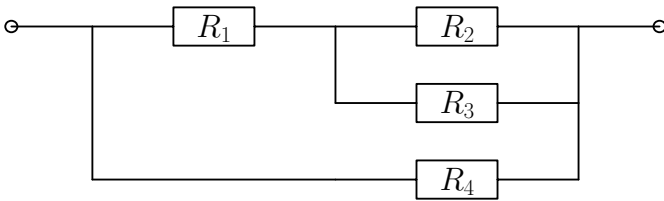


◇ **8.2.57** Найти эквивалентное сопротивление схемы. Определить силу тока, текущего через третий резистор; напряжение на втором резисторе. Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны 10 Ом. Напряжение на источнике составляет 5 В.

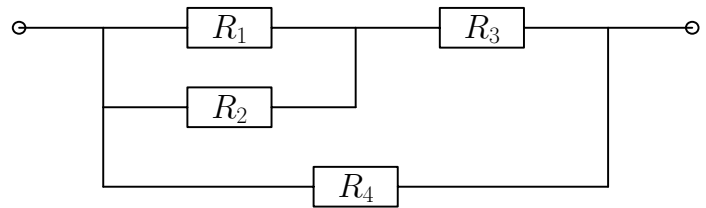
◇ **8.2.58** Найти эквивалентное сопротивление схемы; силу тока, текущего через третий резистор; напряжение на втором резисторе. Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны  $R$ . Напряжение на источнике  $U$ .



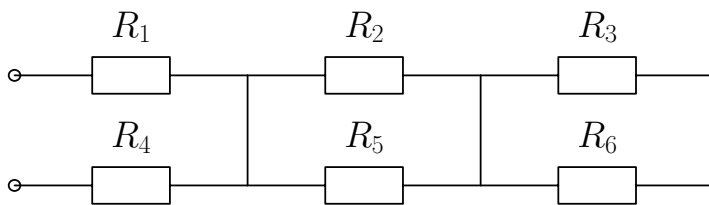
◇ **8.2.59** Найти эквивалентное сопротивление схемы; силу тока, текущего через каждый резистор; напряжение на каждом резисторе. Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны  $R$ . Напряжение на выводах схема равно  $U$ .



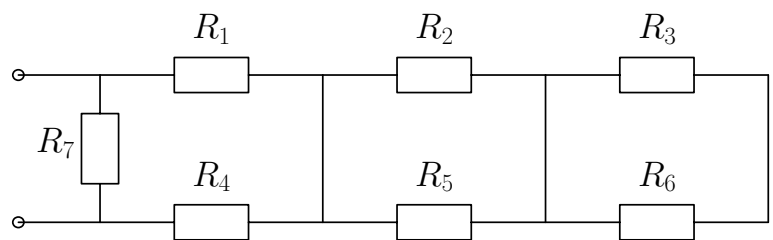
◇ **8.2.60** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока, текущего через каждый из резисторов. Найти напряжение на каждом резисторе. Напряжение между клеммами источника  $U$ , значения всех сопротивлений известны и равны  $R$ .



◇ **8.2.61** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока, текущего через первый и третий резисторы. Найти напряжение на втором и четвертом резисторах. Напряжение между клеммами источника равно  $U$ , значения всех сопротивлений известны и равны  $R$ .

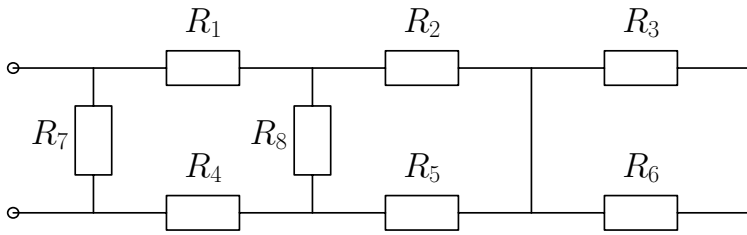


◇ **8.2.62** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока, текущего через первый резистор. Найти напряжение на втором и четвертом резисторах. Напряжение между клеммами источника  $U$ , значения всех сопротивлений известны и равны  $R$ .

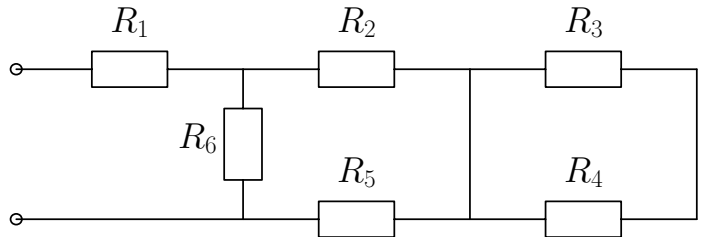




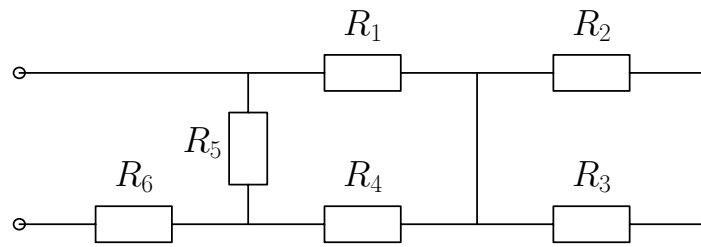
- ◇ **8.2.63** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока на первом резисторе. Найти напряжение на втором и четвертом резисторах. Напряжение на источнике  $U$ , значения всех сопротивлений равны  $R$ .



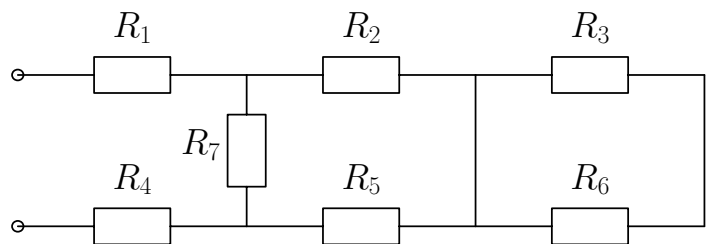
- ◇ **8.2.64** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока, текущего через пятый резистор. Найти напряжение на первом и втором резисторах. Напряжение между клеммами источника  $U$ , значения всех сопротивлений известны и равны  $R$ .



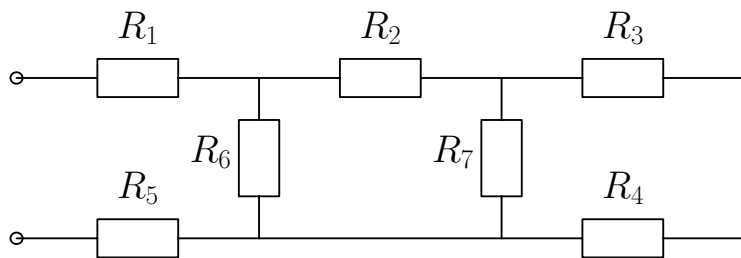
- ◇ **8.2.65** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока, текущего через пятый резистор. Найти напряжение на первом и втором резисторах. Напряжение между клеммами источника  $U$ , значения всех сопротивлений известны и равны  $R$ .



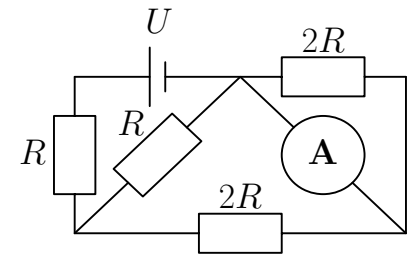
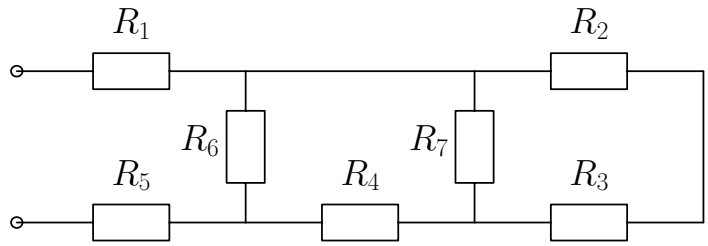
- ◇ **8.2.66** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока, текущего через пятый резистор. Найти напряжение на первом и втором резисторах. Напряжение между клеммами источника  $U$ , значения всех сопротивлений известны и равны  $R$ .



- ◇ **8.2.67** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока, текущего через пятый резистор. Найти напряжение на первом и втором резисторах. Напряжение на источнике  $U$ , значения всех сопротивлений равны  $R$ .



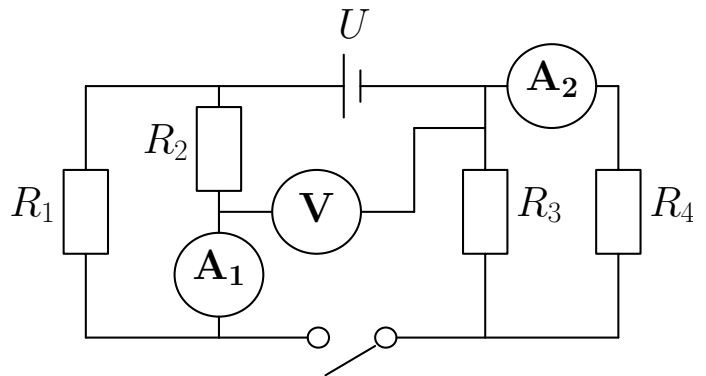
◇ **8.2.68** Найти эквивалентное сопротивление участка цепи. Найти силу тока, текущего через пятый и седьмой резисторы. Найти напряжение на первом и втором резисторах. Напряжение на источнике  $U$ , значения всех сопротивлений равны  $R$ .



◇ **8.2.69** Определите показание амперметра в электрической цепи, представленной на рисунке. Прибор и провода считать идеальными. Напряжение на источнике  $U = 24$  В, сопротивление  $R = 2$  Ом.

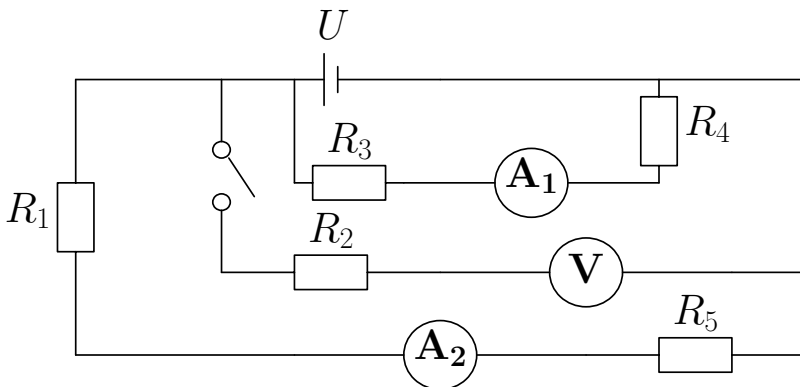
**8.2.70** Три резистора  $R_1 = 1$  Ом,  $R_2 = 2$  Ом,  $R_3 = 5$  Ом, соединены параллельно. Сила тока, текущего через третий резистор, составляет 10 А. Найти мощность, выделяемую на втором резисторе, если к этим трем резисторам подключены последовательно одинаковые резисторы  $R_4, R_5$  сопротивлением 10 Ом каждый. Рассмотреть разные случаи соединения резисторов  $R_4$  и  $R_5$ .

◇ **8.2.71** (а) Найти эквивалентное сопротивление схемы, изображенной на рисунке. (б) Что показывают амперметры при разных положениях ключа? (в) Что показывает вольтметр при разных положениях ключа?

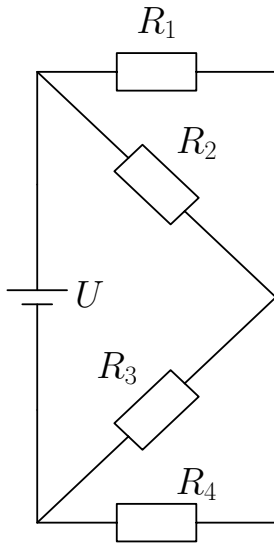


Все подписанные величины считать известными. Соединительные провода, вольтметр и амперметр считать идеальными.

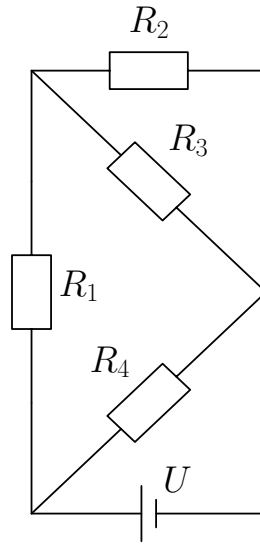
◇ **8.2.72** В схеме, изображенной на рисунке, все подписанные величины известны.



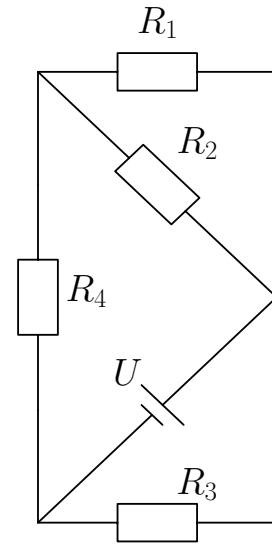
Найти эквивалентное сопротивление схемы и показания приборов. Соединительные провода, вольтметр и оба амперметра считать идеальными. Рассмотреть оба положения ключа.



К задаче 8.2.73



К задаче 8.2.74

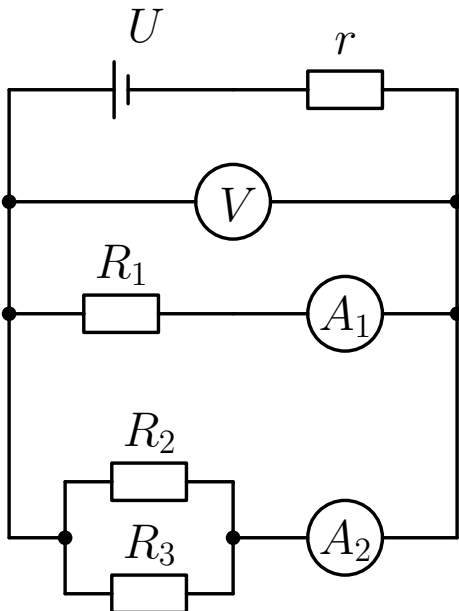


К задаче 8.2.75

◇ 8.2.73 Начертить эквивалентную схему. Найти  $R_{\text{экв}}$ ,  $I_1$  и  $U_2$ .

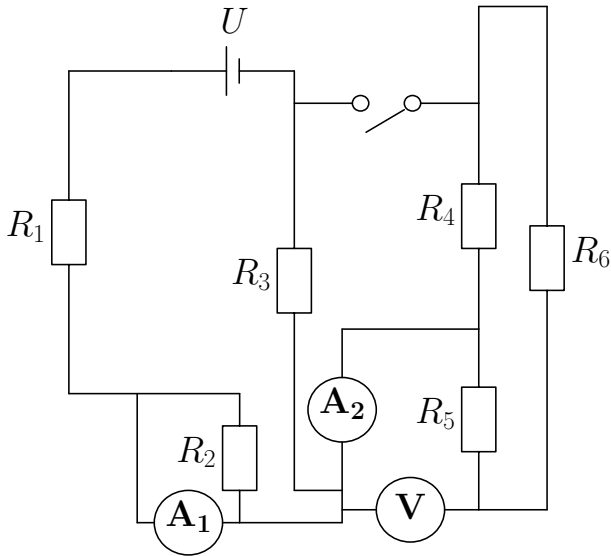
◇ 8.2.74 Начертить эквивалентную схему. Найти  $R_{\text{экв}}$ ,  $I_1$  и  $U_2$ .

◇ 8.2.75 Начертить эквивалентную схему. Найти  $R_{\text{экв}}$ ,  $I_3$  и  $U_2$ .

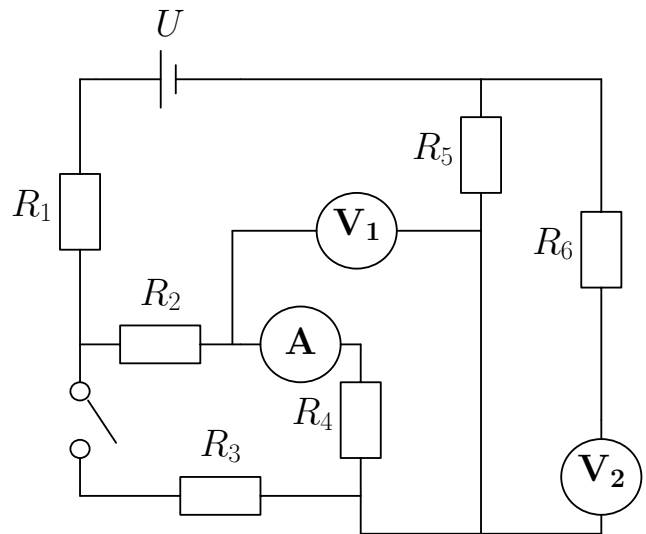


◇ 8.2.76 В схеме, изображенной на рисунке, все подписанные величины известны, причем  $R_1 = R_2 = R_3 = R$ . Найдите:

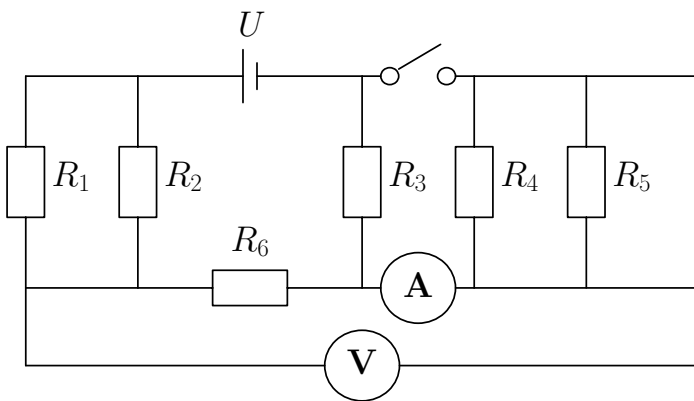
- эквивалентное сопротивление цепи,
- показания приборов,
- мощность, выделяющуюся на источнике,
- мощность, выделяющуюся на нагрузке,
- КПД цепи.



К задаче 8.2.78



К задаче 8.2.79

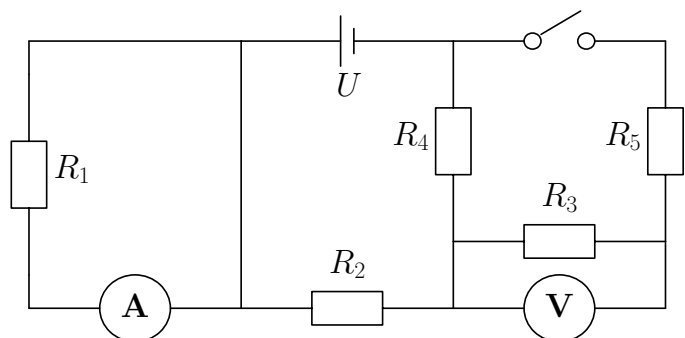


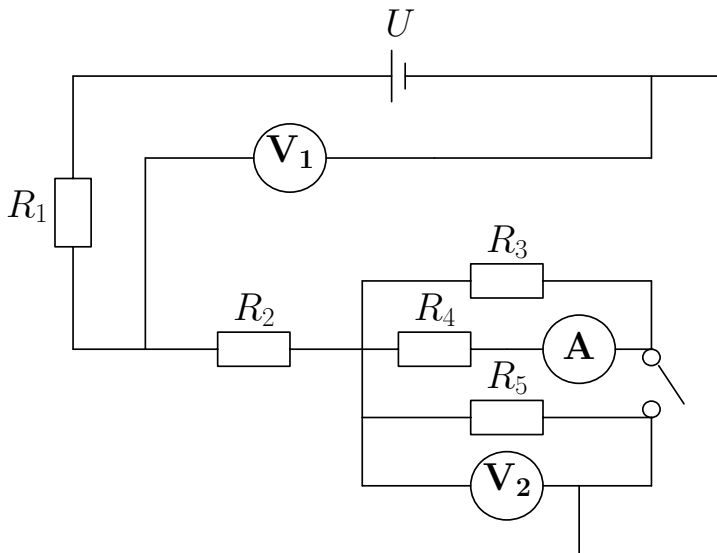
◇ **8.2.77** Найдите эквивалентное сопротивление схемы и показания приборов. Все подписанные на схеме величины считайте известными. Соединительные провода, вольтметр амперметр считайте идеальными. Рассмотрите оба положения ключа.

◇ **8.2.78** Найти эквивалентное сопротивление схемы и показания приборов. Все подписанные величины считать известными. Вольтметр и амперметр считать идеальными. Рассмотреть оба положения ключа.

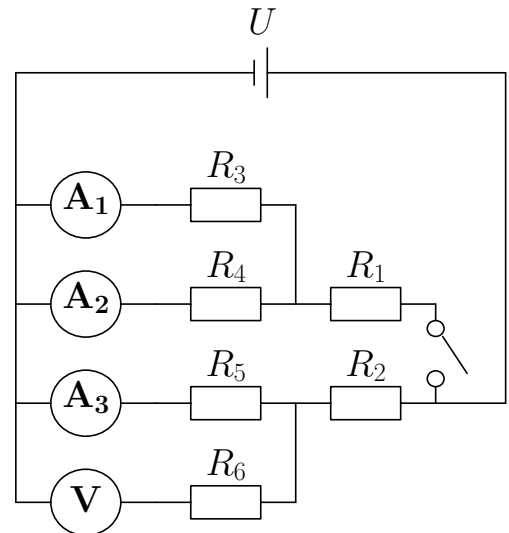
◇ **8.2.79** Найти эквивалентное сопротивление схемы и показания приборов. Все подписанные величины считать известными. Вольтметр и амперметр считать идеальными. Рассмотреть оба положения ключа.

◇ **8.2.80** Найти эквивалентное сопротивление схемы и показания приборов. Все подписанные величины считать известными. Вольтметр и амперметр считать идеальными. Рассмотреть оба положения ключа.

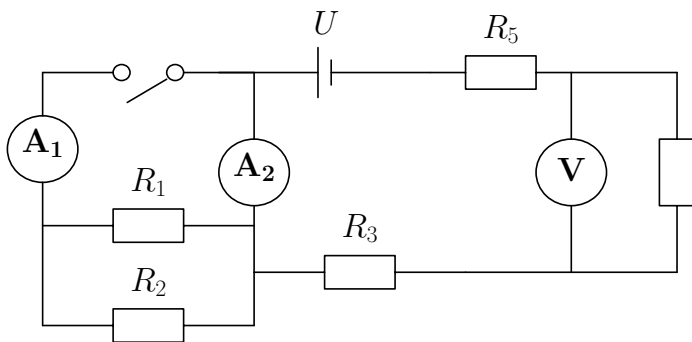




К задаче 8.2.83



К задаче 8.2.84



◇ **8.2.81** Найти эквивалентное сопротивление схемы и показания приборов. Все подписанные величины считать известными. Вольтметр и амперметры считать идеальными. Рассмотреть оба положения ключа.

◇ **8.2.82** Однородная проволока имеет сопротивление 32 Ом. Ее согнули в кольцо, соединив два конца. Как нужно присоединить провода к этому кольцу, чтобы сопротивление этого участка цепи было равно 6 Ом?

◇ **8.2.83** Найти эквивалентное сопротивление схемы и показания приборов. Все подписанные величины считать известными, приборы — идеальными. Рассмотреть оба положения ключа.

◇ **8.2.84** Найти эквивалентное сопротивление схемы и показания приборов. Все подписанные величины считать известными. Вольтметр и амперметр считать идеальными. Рассмотреть оба положения ключа.

## Удельное сопротивление

**8.2.85** Диаметры поперечных сечений медных проволок с одинаковыми длинами равны 0,04 мм и 2 мм. Определите отношение сопротивлений этих проволок и отношение их удельных сопротивлений.

**8.2.86** Резистор изготовлен из материала с удельным сопротивлением  $10 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Какой длины должен быть резистор, чтобы его полное сопротивление составило 5 Ом, если площадь его поперечного сечения равна  $1 \text{ мм}^2$ ?

**8.2.87** Сопротивление медного провода длиной 2 км составляет 54 Ом. Определите напряжение на каждом стометровом участке провода, если сила тока в проводе равна 5 А. Удельное сопротивление меди  $0,017 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ .

**8.2.88** Удельное сопротивление вольфрама равно  $5,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Какова длина вольфрамовой нити накаливания в лампочке мощностью 100 Вт, если площадь сечения нити накаливания составляет  $0,0001 \text{ мм}^2$ ? Лампа подключена к бытовой электросети с напряжением 220 В.

## Тепловое действие тока

**8.2.89** Вывести закон Джоуля-Ленца.

**8.2.90** Какое количество теплоты выделит за 20 мин спираль электроплитки сопротивлением 25 Ом, если сила тока в цепи 1,2 А?

**8.2.91** Какое количество теплоты выделит за 10 мин спираль электроплитки, если сила тока в цепи 2 А, а напряжение 220 В?

**8.2.92** Определите сопротивление нити накала лампочки, имеющей номинальную мощность 100 Вт, включенной в сеть с напряжением 220 В.

**8.2.93** Как зависит сопротивление металла от температуры? Ответ объяснить.

**8.2.94** Известно, что лампочки накаливания довольно часто перегорают в момент включения. Качественно сравните сопротивление холодной лампочки и горячей, основываясь на этом факте.

**8.2.95** Длинная проволока, на концах которой поддерживается постоянное напряжение, накалилась докрасна. Часть проволоки опустили в воду. Как изменится температура оставшейся над водой части проволоки?

**8.2.96** Две лампочки с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  последовательно подключены к источнику тока с напряжением  $U$ . Найти общую мощность, выделяемую в цепи. Изобразите схему подключения.

**8.2.97** Две лампочки с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  параллельно подключены к источнику тока с напряжением  $U$ . Найти общую мощность, выделяемую в цепи. Изобразите схему подключения.

**8.2.98** Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них вода закипает через  $\tau_1 = 12$  мин, при включении другой — через  $\tau_2 = 24$  мин. Через какое время закипит вода в чайнике, если включить обе обмотки параллельно? Последовательно? Теплообмен с воздухом не учитывайте.

**8.2.99** Почему спирали электронагревательных приборов делают из материала с большим удельным сопротивлением?

**8.2.100** Последовательно с электрическим звонком включена лампа мощностью 50 Вт. Звонок работает тихо. В вашем распоряжении две лампы мощностью 25 и 75 Вт. Какой из них нужно заменить 50-ваттную лампу, чтобы звук от звонка стал громче?

**8.2.101** Из-за испарения и распыления материала с поверхности нити накала лампы со временем нить становится тоньше. Как это отражается на потребляемой мощности?

**8.2.102** Две электрические лампы, мощности которых 60 Вт и 100 Вт, рассчитаны на одно и то же напряжение. Сравните длины нитей накала обеих ламп, если их диаметры одинаковы.

**8.2.103** Два резистора сопротивлениями  $R_1 = 1$  Ом и  $R_2 = 5$  Ом подключили сначала последовательно, а затем параллельно к одному и тому же участку цепи. Найти отношение мощностей, выделяемых на резисторах, для параллельного и для последовательного соединения резисторов.

**8.2.104** На одной лампочке написано «220 В, 60 Вт», а на другой «220 В, 40 Вт». Какова мощность тока в каждой из лампочек при последовательном включении, если напряжение в сети равно 220 В?

## Закон Кулона

**8.2.105** Заряды двух одинаковых шариков  $q_1 = 2q$ ,  $q_2 = 4q$ . Шарик соприкоснулись, затем их отдалили друг от друга. Найти заряд каждого шарика после соприкосновения. Во сколько раз изменится сила кулоновского взаимодействия, если их удалили на первоначальное расстояние?

**8.2.106** Два небольших шарика заряжены. Заряд на одном шаре уменьшили в 2 раза, а на втором увеличили в 2 раза. После этого шарик соприкоснулись и были удалены на первоначальное расстояние. Как изменилась сила их взаимодействия?

**8.2.107** В точках  $A, B, C, D$  на одной прямой расположены заряды  $q_A = q$ ,  $q_B = 2q$ ,  $q_C = -3q$ ,  $q_D = 4q$ . На чертеже изобразите все силы, действующие на заряд  $q_C$ . Чему равна равнодействующая этих сил, если  $AB = BC = CD = r$ ?

**8.2.108** Два шарика имеют заряды  $q_1 = 3q$ ,  $q_2 = -4q$ . Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на оба шарика. Чему равны эти силы, если расстояние между шариками равно  $r$ ? Как изменятся эти силы, если шарик соприкоснутся и будут вновь удалены на прежнее расстояние?



# Магнетизм

## Определения

1. Магнитные линии. Направление магнитных линий.
2. Правило «буравчика».
3. Правило левой руки.
4. Правило правой руки.
5. Электромагнитная индукция.
6. Правило Ленца.

## Качественные задания

**8.3.1** Медный провод не притягивается к магниту. Если пустить по медному проводу ток, то он начнет взаимодействовать с магнитом. Почему?

**8.3.2** Что такое однородное магнитное поле? Как можно его создать?

**8.3.3** Нарисуйте линии магнитного поля между двумя постоянными полосовыми магнитами, направленными разными полюсами друг к другу.

**8.3.4** Нарисуйте линии магнитного поля между двумя постоянными полосовыми магнитами, направленными южными полюсами друг к другу.

**8.3.5** Нарисуйте линии магнитного поля между двумя постоянными полосовыми магнитами, направленными северными полюсами друг к другу.

**8.3.6** Объясните, почему гвоздь, долгое время контактировавший с магнитом, может притягивать другие гвозди. Как называется это явление?

**8.3.7** Объясните, почему железные предметы притягиваются к магниту.

**8.3.8** (а) Правило левой руки (словами и рисунком). (б) При каких условиях на проводник действует сила Ампера? (в) От чего зависит сила Ампера?

**8.3.9** Правило Буравчика. В какой стране жил этот ученый?

**8.3.10** Над магнитной стрелкой компаса закрепили медный провод параллельно ей. По проводу пустили ток в направлении южного полюса магнитной стрелки. (а) Сделайте чертеж, укажите, куда повернется стрелка. (б) Каков максимальный угол отклонения?

**8.3.11** Опишите опыт Эрстеда. Сделайте чертеж, укажите направление тока, магнитных линий, отклонения магнитной стрелки.

**8.3.12** Изобразите опыт Ампера (два параллельных провода с током, токи сонаправлены). Найдите направление сил Ампера, действующих на проводники. Каким правилом необходимо для этого воспользоваться?

**8.3.13** Изобразите опыт Ампера (два параллельных провода с током, токи направлены в противоположные стороны). Найдите направление сил Ампера, действующих на проводники. Каким правилом необходимо для этого воспользоваться?

**8.3.14** (а) Изобразите на рисунке соленоид с источником тока, укажите направление тока, полюса электромагнита и магнитные линии. (б) От чего зависит магнитная сила соленоида? (в) Зачем нужен сердечник? (г) Почему провод без изоляции не подойдет для создания электромагнита?

**8.3.15** Сделайте чертеж подковообразного электромагнита. Укажите на чертеже источник тока, направление тока, направление магнитных линий, полюса электромагнита.

**8.3.16** (а) Изобразите на чертеже электромагнитный звонок. (б) Поясните словами принцип его работы. (в) Работает ли он на постоянном токе? (г) Работает ли на переменном?

**8.3.17** (а) Нарисуйте линии магнитного поля около постоянного магнита. (б) Укажите полюса и направление магнитных линий. (в) Изобразите рядом (в поле действия магнита) магнитную стрелку компаса.

**8.3.18** К подковообразному электромагниту поднесли гвоздь. После включения тока гвоздь притянулся к магниту. Почему при выключении тока гвоздь не всегда падает? Как при помощи изменения тока заставить гвоздь упасть? Что будет происходить, если включить переменный ток? Сделайте чертеж эксперимента.

**8.3.19** Принцип работы электрического звонка (чертеж и объяснение).

**8.3.20** Принцип работы простейшего телеграфного аппарата (чертеж и объяснение).

**8.3.21** Притягивает ли магнит алюминиевый брусок? Будет ли алюминиевый брусок притягиваться к магниту, если магнит зарядить отрицательным зарядом? Почему?

**8.3.22** На северный полюс вертикально стоящего магнита поставили «пальчиковую» батарейку положительным полюсом вниз. Затем на отрицательный полюс батарейки поместили медную рамку, второй конец которой касается магнита. Почему рамка приходит в движение? В какую сторону будет вращаться рамка, если смотреть на нее сверху? Сделайте подробный чертеж.

**8.3.23** На северный полюс вертикально стоящего магнита поставили «пальчиковую» батарейку отрицательным полюсом вниз. Затем на отрицательный полюс батарейки поместили медную рамку, второй конец которой касается магнита. Почему рамка приходит в движение? В какую сторону будет вращаться рамка, если смотреть на нее сверху? Сделайте подробный чертеж.

**8.3.24** На южный полюс вертикально стоящего магнита поставили «пальчиковую» батарейку положительным полюсом вниз. Затем на положительный полюс батарейки поместили медную рамку, второй конец которой касается магнита. Почему рамка приходит в движение? В какую сторону будет вращаться рамка, если смотреть на нее сверху? Сделайте подробный чертеж.

**8.3.25** На южный полюс вертикально стоящего магнита поставили «пальчиковую» батарейку отрицательным полюсом вниз. Затем на положительный полюс батарейки поместили медную рамку, второй конец которой касается магнита. Почему рамка приходит в движение? В какую сторону будет вращаться рамка, если смотреть на нее сверху? Сделайте подробный чертеж.

**8.3.26** К потолку прикреплена мягкая пружина, нижний конец которой помещен в сосуд с ртутью. Один вывод источник тока подключают к верхней части пружины, а другой опускают в ртуть. Сделайте рисунок. Опишите и объясните поведение пружины.

**8.3.27** Есть источник постоянного тока без указания полюсов. Подробно опишите, какой опыт надо провести, чтобы узнать, где положительный полюс источника. Изобразите на чертеже пример такого эксперимента.

**8.3.28** Объясните природу магнетизма постоянных магнитов.

**8.3.29** Изобразите схему магнитного поля Земли. Отметьте географические и магнитные полюса, магнитные линии. В каких областях компас ошибается на 180 градусов?

**8.3.30** Куда показывает северная стрелка компаса? В каких местах на Земле компас показывает точно на север? Поясните с помощью чертежа.

**8.3.31** Куда показывает южная стрелка компаса? В каких местах на Земле отклонение компаса от севера максимально? Поясните с помощью чертежа.

**8.3.32** Амперметр (чертеж, объяснение принципа работы).

**8.3.33** Вольтметр (чертеж, объяснение принципа работы).

**8.3.34** Опишите опыт с падением магнита внутри трубки, на которую намотана алюминиевая фольга. Объясните подробно, почему магнит падает медленно. Притягивается ли неподвижный магнит к фольге? Важно ли, каким полюсом вниз бросать магнит? Можно ли вместо фольги алюминиевую трубу, медную трубу, железную трубу? Объясните ответ.

**8.3.35** Правило Ленца.

**8.3.36** Опишите принцип работы тепловой электростанции.

**8.3.37** Опишите принцип работы гидроэлектростанции.

**8.3.38** (а) В чем назначение любого двигателя? (б) Как устроен электродвигатель? (в) Зачем нужны скользящие контакты?

# Геометрическая оптика

## Определения

1. Тень.
2. Полутень.
3. Световой луч.
4. Точечный источник света.
5. Закон прямолинейного распространения света.
6. Законы отражения света.
7. Линза. Тонкая линза.
8. Главная оптическая ось.
9. Фокус.
10. Фокальная плоскость.
11. Оптическая сила линзы.
12. Линейное увеличение.

## Прямолинейное распространение света

**8.4.1** Изобразите схему лунного затмения. Укажите область тени и полутени.

**8.4.2** Изобразите схему солнечного затмения. Укажите область тени и полутени.

**8.4.3** Что такое кольцеобразное солнечное затмение? Изобразите схему такого затмения. Укажите область тени и полутени. Из-за чего иногда случаются полные солнечные затмения, а иногда кольцеобразные?

**8.4.4** Рассчитать размер земной тени  $u$  во время лунного затмения в районе лунной орбиты. Размеры всех небесных тел и расстояния между ними считать известными. Рекомендуемые обозначения:  $s$  — радиус Солнца,  $z$  — радиус Земли,  $A$  — расстояние от Земли до Солнца,  $B$  — расстояние от Земли до Луны.

**8.4.5** Рассчитать размер земной полутени  $p$  во время лунного затмения в районе лунной орбиты. Размеры всех небесных тел и расстояния между ними считать известными. Рекомендуемые обозначения:  $s$  — радиус Солнца,  $z$  — радиус Земли,  $A$  — расстояние от Земли до Солнца,  $B$  — расстояние от Земли до Луны.

## Преломление и отражение света

**8.4.6** Докажите, что изображение точечного источника света, построенное плоским зеркалом, находится от зеркала на таком же расстоянии, как и сам источник.

**8.4.7** Луч света падает из воздуха на стеклянную плоскопараллельную пластинку. Изобразите его ход внутри пластинки и после выхода из нее. Отметьте все углы падения и преломления.

**8.4.8** В стекле есть полость в форме параллелепипеда, заполненная воздухом. Луч света падает из стекла в эту полость, затем снова попадает в стекло. Изобразите ход луча. Отметьте все углы падения и преломления.

## Закон Снеллиуса

**8.4.9** Луч света падает на поверхность раздела двух прозрачных сред под углом  $35^\circ$  и преломляется под углом  $25^\circ$ . Чему равен угол преломления, если луч падает на эту границу раздела под углом  $50^\circ$ ?

**8.4.10** Определите показатель преломления скипидара и скорость распространения света в скипидаре, если известно, что при угле падения из воздуха  $30^\circ$  угол преломления равен  $45^\circ$ .

**8.4.11** Луч света переходит из глицерина в воду. Определите угол преломления луча, если угол падения равен  $30^\circ$ . Показатель преломления глицерина равен 1,47, а воды 1,33.

**8.4.12** Определите угол падения луча в воздухе на поверхность воды, если угол между преломленным и отраженным от поверхности воды лучами равен  $90^\circ$ .

**8.4.13** Определите угол преломления луча при переходе из воздуха в этиловый спирт, если угол между падающим и преломленным лучами равен  $120^\circ$ .

## Тонкая линза

**8.4.14** Что такое мнимое изображение? Какие приборы позволяют получить такое изображение?

**8.4.15** Что такое действительное изображение? Какие приборы позволяют получить такое изображение?

**8.4.16** Что произойдет с параллельным пучком лучей после прохождения тонкой собирающей линзы?

**8.4.17** Что произойдет с параллельным пучком лучей после прохождения тонкой рассеивающей линзы?

**8.4.18** В главный фокус собирающей линзы поставили точечный источник света. Начертите ход лучей через линзу.

**8.4.19** В главный фокус рассеивающей линзы поставили точечный источник света. Постройте его изображение.

**8.4.20** Точечный источник света разместили перед главным фокусом собирающей линзы. Постройте его изображение.

**8.4.21** Точечный источник света разместили в удвоенном фокусном расстоянии собирающей линзы. Постройте его изображение.

**8.4.22** Перечислите все типы изображений, которые можно получить в собирающей линзе. Для каждого случая укажите расстояние, на котором надо располагать предмет от линзы.

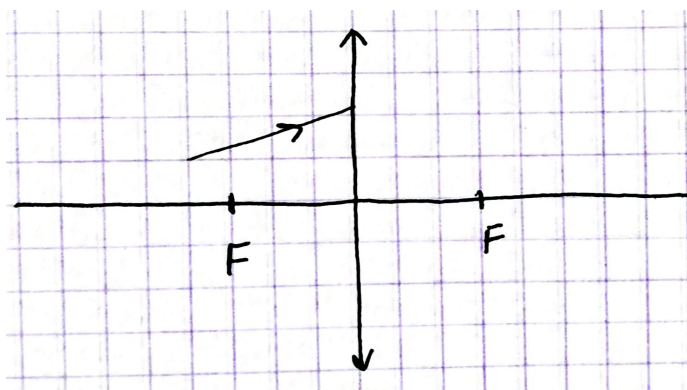
**8.4.23** В каком случае получается увеличенное действительное изображение предмета в собирающей линзе? Чертеж. Охарактеризуйте изображение.

**8.4.24** В каком случае получается прямое изображение предмета в собирающей линзе? Чертеж. Охарактеризуйте изображение.

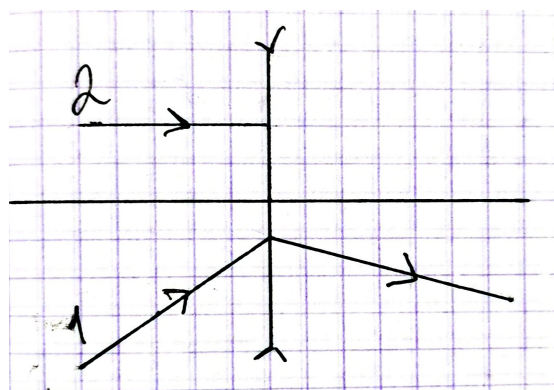
**8.4.25** Постройте действительное увеличенное изображение предмета в тонкой линзе.

**8.4.26** Постройте уменьшенное изображение в собирающей линзе.

**8.4.27** Постройте мнимое изображение предмета в собирающей линзе.



К задаче № 8.4.35



К задаче № 8.4.36

**8.4.28** Постройте мнимое уменьшенное изображение предмета в тонкой линзе.

**8.4.29** Точечный источник света находится на главной оптической оси собирающей линзы на утроенном фокусном расстоянии от линзы. Постройте его изображение.

**8.4.30** Точечный источник света находится на главной оптической оси собирающей линзы на удвоенном фокусном расстоянии от линзы. Постройте его изображение.

**8.4.31** Постройте изображение предмета, если  $\Gamma = 1$ . Охарактеризуйте это изображение.

**8.4.32** Постройте изображение предмета, если  $\Gamma = 2$ . Охарактеризуйте это изображение.

**8.4.33** Постройте изображение предмета, если  $\Gamma = -2$ . Охарактеризуйте это изображение.

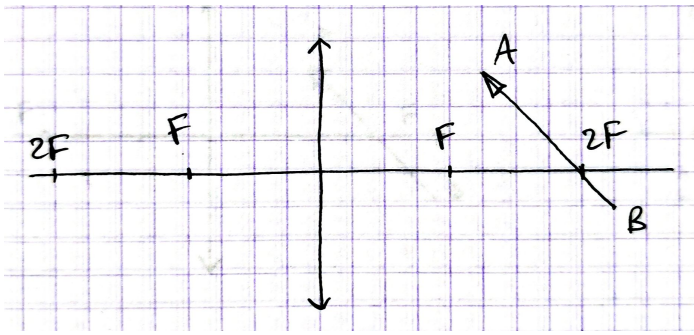
**8.4.34** Постройте изображение предмета, если  $\Gamma = -0,5$ . Охарактеризуйте это изображение.

◇ **8.4.35** Постройте продолжение луча в собирающей линзе (см. рисунок).

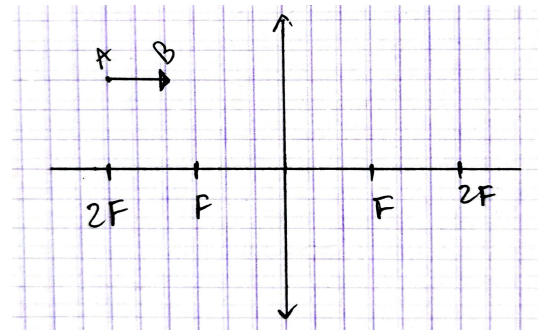
◇ **8.4.36** Постройте продолжение луча 2 по известному ходу луча 1 в рассеивающей линзе (см. рисунок).

◇ **8.4.37** Постройте изображение предмета  $AB$  в собирающей линзе (см. рисунок).

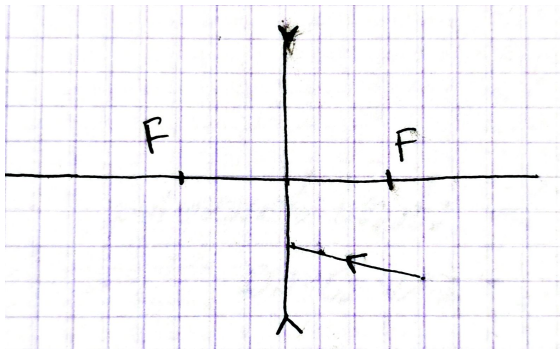




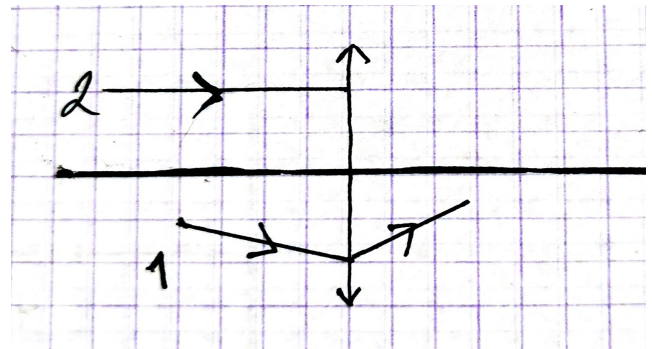
К задаче № 8.4.37



К задаче № 8.4.38

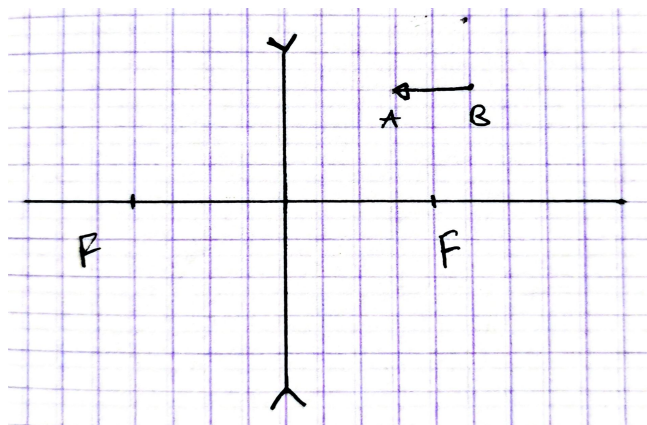


К задаче № 8.4.39



К задаче № 8.4.40

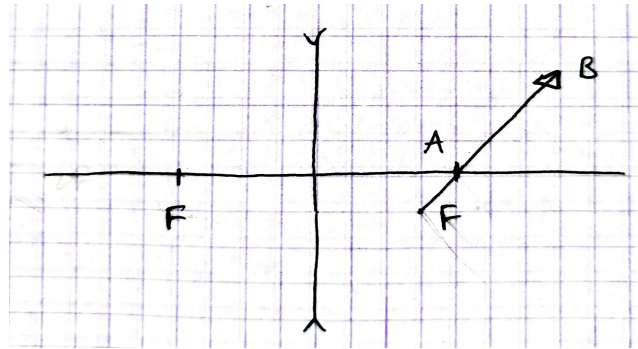
- ◇ 8.4.38 Постройте изображение предмета  $AB$  в собирающей линзе (см. рисунок). Предмет расположен параллельно главной оптической оси.
- ◇ 8.4.39 Постройте продолжение луча в рассеивающей линзе (см. рисунок).
- ◇ 8.4.40 Постройте продолжение луча 2 по известному ходу луча 1 в собирающей линзе (см. рисунок).
- ◇ 8.4.41 Постройте изображение предмета  $AB$  в рассеивающей линзе (см. рисунок). Предмет расположен параллельно главной оптической оси.





К задачам № 8.4.43, 8.4.44, 8.4.45, 8.4.46

◇ 8.4.42 Постройте изображение предмета  $AB$  в рассеивающей линзе (см. рисунок).



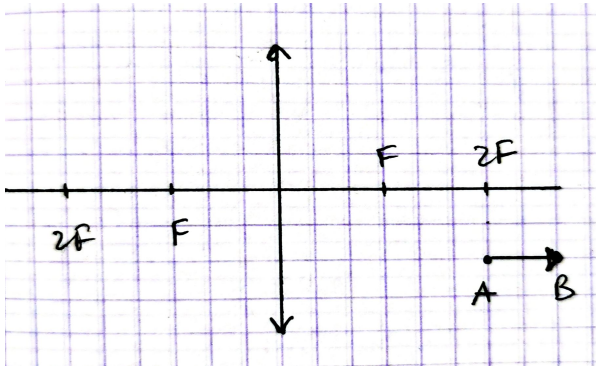
◇ 8.4.43 Задано расположение точечного источника света  $S$ , его изображения  $S'$  и главной оптической оси (прямая 1, см. рисунок). Найти построением линзу и оба фокуса.

◇ 8.4.44 Задано расположение точечного источника света  $S$ , его изображения  $S'$  и главной оптической оси (прямая 4, см. рисунок). Найти построением линзу и оба фокуса.

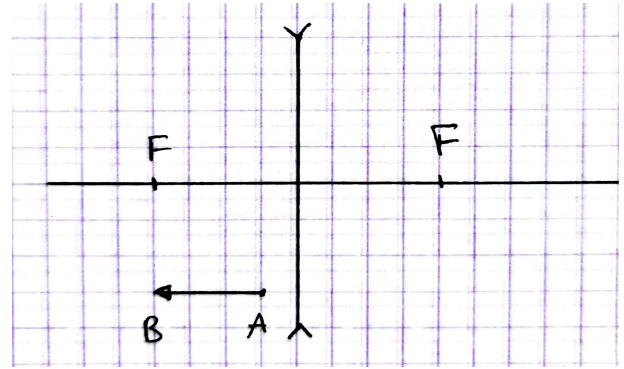
◇ 8.4.45 Задано расположение точечного источника света  $S$ , его изображения  $S'$  и главной оптической оси (прямая 2, см. рисунок). Найти построением линзу и оба фокуса.

◇ 8.4.46 Задано расположение точечного источника света  $S$ , его изображения  $S'$  и главной оптической оси (прямая 3, см. рисунок). Найти построением линзу и оба фокуса.

◇ 8.4.47 Постройте изображение предмета  $AB$  в собирающей линзе (см. рисунок). Предмет расположен параллельно главной оптической оси.



К задаче № 8.4.47



К задаче № 8.4.48

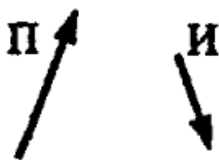
◇ 8.4.48 Постройте изображение предмета  $AB$  в рассеивающей линзе (см. рисунок). Предмет расположен параллельно главной оптической оси.

8.4.49 Постройте изображение предмета в рассеивающей линзе, поставив его на расстояние  $d = F$  от линзы. Охарактеризуйте изображение. Найдите увеличение, не пользуясь формулой тонкой линзы.

8.4.50 Постройте ход лучей от предмета в собирающей линзе, поставив его на расстояние  $d = F$  от линзы. Прокомментируйте полученный чертеж. Что будет видеть наблюдатель?

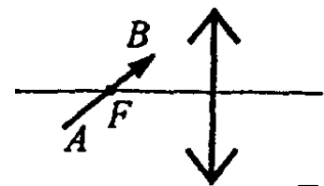
8.4.51 Предмет в виде тонкой стрелки установлен в фокусе рассеивающей линзы перпендикулярно ГОО. Найти линейное увеличение и расстояние от линзы до изображения. Решить построением без использования формулы тонкой линзы.

8.4.52 Предмет в виде тонкой стрелки расположен вдоль ГОО вплотную к рассеивающей линзе. Длина предмета  $l$  численно равна фокусному расстоянию линзы. Найти длину изображения стрелки  $l'$ . Решить построением без использования формулы тонкой линзы.



◇ 8.4.53 [Б-15.27] На рисунке показан предмет П и его изображение И. Геометрическим построением определить положение плоскости симметрии и оптического центра линзы.

◇ 8.4.54 [Б-15.30] Построить изображение предмета  $AB$  в собирающей линзе;  $F$  — фокус линзы (см. рисунок).



8.4.55 Постройте примерное изображение окружности радиусом  $F/2$ , центр которой находится на расстоянии  $2F$  от собирающей линзы. Диаметр окружности лежит на главной оптической оси.

**8.4.56** Постройте примерное изображение окружности радиусом  $F/2$ , центр которой находится на расстоянии  $F$  от рассеивающей линзы. Диаметр окружности лежит на главной оптической оси.

**8.4.57** Постройте примерное изображение окружности радиусом  $F/2$ , центр которой находится на расстоянии  $F$  от собирающей линзы. Диаметр окружности лежит на главной оптической оси.

## Формула тонкой линзы

**8.4.58** Формула тонкой линзы (с объяснением знаков).

**8.4.59** У одной линзы фокусное расстояние равно 0,25 м, а у другой 40 см. Какая из них обладает большей оптической силой и во сколько раз?

**8.4.60** Оптические силы трех линз равны  $-0,5$  дптр, 2 дптр,  $-1,5$  дптр. Есть ли среди этих линз рассеивающие, собирающие? Объясните ответ.

**8.4.61** Луч света падает из воздуха в воду. В каком случае угол падения равен углу преломления? Сделайте чертеж.

**8.4.62** Изображение на экране может получиться четким (резким) или нечетким (нерезким). Изобразите оба случая на чертеже.

**8.4.63** В каком случае выпуклая линза может оказаться рассеивающей?

**8.4.64** В каком случае вогнутая линза может оказаться собирающей?

**8.4.65** Лампа расположена в одном метре от собирающей линзы. Резкое изображение ее спирали получается на экране, отстоящем от линзы на 25 см. Вычислите оптическую силу линзы и линейное увеличение.

**8.4.66** Предмет находится в одном метре от рассеивающей линзы. Изображение предмета отстоит от линзы на 50 см. Вычислите оптическую силу линзы и линейное увеличение.

**8.4.67** Действительное изображение предмета, получаемое с помощью линзы, в 4 раза больше самого предмета. Чему равна оптическая сила линзы, если предмет находится от нее на расстоянии 5 см?

**8.4.68** Мнимое изображение предмета, получаемое с помощью линзы, в 5 раз больше самого предмета. Найдите фокусное расстояние линзы, если предмет находится от нее на расстоянии 4 см.

**8.4.69** Фокусное расстояние рассеивающей линзы равно 12 см. Изображение предмета находится на расстоянии 9 см от линзы. Чему равно расстояние от предмета до линзы?

**8.4.70** На каком расстоянии от линзы с фокусным расстоянием 12 см надо поместить предмет, чтобы его действительное изображение было втрое больше самого предмета?

**8.4.71** Найти фокусное расстояние рассеивающей линзы, если изображение предмета, помещенного перед ней на расстоянии 50 см, получилось уменьшенным в 5 раз.

**8.4.72** Предмет рассматривают в собирающую линзу на расстоянии 4 см от нее. Получают его мнимое изображение, которое в 5 раз больше самого предмета. Найти оптическую силу линзы.

**8.4.73** Фокусное расстояние двояковыпуклой линзы 50 см. Предмет высотой 1,2 см помещен на расстоянии 60 см от линзы. Где и какой высоты изображение получится?

**8.4.74** Расстояние между предметом и экраном 120 см. Где нужно поместить собирающую линзу с фокусным расстоянием 25 см, чтобы на экране получилось четкое изображение предмета?

**8.4.75** Расстояние между стеной и свечой 2 м. Между ними поместили собирающую линзу на расстоянии 40 см от свечи, и на стене получилось четкое изображение пламени. Определите фокусное расстояние линзы. Какое изображение получилось на стене?

**8.4.76** Предмет расположен на расстоянии 40 см от линзы с оптической силой 2 дптр. Как изменится расстояние до изображения предмета, если его придвинуть к линзе на 15 см?

**8.4.77** Предмет и его изображение находятся на расстоянии  $L$  друг от друга, при этом линейное увеличение равно  $\Gamma$ . Найти фокусное расстояние линзы. Рассмотреть 2 случая.

**8.4.78** На расстоянии  $d_1$  от собирающей линзы установили предмет, получив линейное увеличение  $\Gamma_1 > 0$ . Предмет передвинули относительно линзы, в результате чего увеличение стало  $\Gamma_2 > \Gamma_1$ . Куда и на сколько сдвинули предмет?

**8.4.79** Действительное изображение, построенное линзой с фокусным расстоянием  $F$ , находится на расстоянии  $L$  от предмета. На каком расстоянии  $d$  от предмета стоит линза?

**8.4.80** Экран удален на расстояние  $L$  от источника света. Перемещая между источником и экраном линзу, можно получить резкое изображение источника при двух положениях, удаленных на  $a$  друг от друга. Найти фокусное расстояние линзы.

**8.4.81** Два точечных источника света находятся на расстоянии  $L$  друг от друга. Между ними на расстоянии  $d_1$  от одного из них помещена линза. Изображение обоих источников оказалось в одной точке. Найти фокусное расстояние линзы.

**8.4.82** Предмет находится на расстоянии  $x$  от переднего фокуса линзы, а его действительное изображение на расстоянии  $x'$  от заднего фокуса линзы. Найти фокусное расстояние линзы. И предмет, и изображение дальше от линзы, чем фокусное расстояние.

**8.4.83** Вывести формулу тонкой линзы для собирающей линзы, действительного изображения и действительного предмета.

**8.4.84** Вывести формулу тонкой линзы для собирающей линзы, мнимого изображения и действительного предмета.

**8.4.85** Вывести формулу тонкой линзы для рассеивающей линзы и действительного предмета.

**8.4.86** Вывести формулу тонкой линзы для рассеивающей линзы, мнимого предмета и действительного изображения.

**8.4.87** Сходящийся пучок имеет вид конуса. На пути пучка стоит собирающая линза так, что ось конуса совпадает с главной оптической осью линзы. Расстояние от оптического центра линзы до точки, где сошлись бы лучи в отсутствии собирающей линзы,  $a = 30$  см. Оптическая сила линзы равна 4 дптр. Где пересекутся лучи?

**8.4.88** Фокусное расстояние двояковыпуклой линзы равно  $F$ . Точечный источник света находится на главной оптической оси линзы на расстоянии  $d$  от нее. Линза разрезается плоскостью вдоль ГОО на две равные части, которые раздвигаются на расстояние  $s$  друг от друга симметрично относительно ГОО. Найти расстояние между двумя изображениями точки.

**8.4.89** Предмет в виде тонкой стрелки расположен вдоль ГОО вплотную к рассеивающей линзе. Длина предмета  $\ell$  численно равна фокусному расстоянию линзы. Найти длину изображения стрелки  $\ell'$ . Решить с помощью формулы тонкой линзы.

**8.4.90** Ответом к задаче 8.4.79 является  $d = \frac{L}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4F}{L}} \right)$ . Рассмотреть случаи  $L = 4F$ ;  $L > 4F$ ;  $L < 4F$ . Сделать чертеж для каждого случая и объяснить, почему решение будет именно таким. Каким будет изображение для каждого случая (прямое/перевернутое, увеличенное/уменьшенное, действительное/мнимое)? Почему в решении стоит  $\pm$ , каким ситуациям соответствует плюс, а каким минус?

**8.4.91** Источник света находится на расстоянии 1,5 м от экрана, на котором с помощью собирающей линзы получают увеличенное изображение. Затем экран отодвигают еще на 3 м и снова получают увеличенное изображение источника. Чему равны фокусное расстояние линзы и размеры источника, если размер изображения в первом случае 18 мм, а во втором 96 мм.

# Справочные материалы

## Удельная теплоемкость

Вещество	$c$ , Дж/(кг °С)
Вода	4200
Вода морская	4000
Молоко	3900
Спирт этиловый (этанол)	2400
Лед	2100
Алюминий	900
Стекло	800
Титан	530
Железо	450
Медь	400
Латунь	380
Вольфрам	130
Свинец	130

## Удельная теплота сгорания

Вещество	$q$ , МДж/кг
Газ бытовой	46
Бензин	42
Керосин	40
Спирт этиловый (этанол)	30
Дрова сухие	15



## Удельная теплота и температура плавления

Вещество	$\lambda$ , кДж/кг	$t_{\text{пл}}$ , °
Лед	330	0
Алюминий	390	660
Свинец	25	327

## Удельная теплота парообразования

Вещество	$L$ , кДж/кг
Вода	2300
Спирт этиловый (этанол)	840

## Плотность

Вещество	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Лед	900
Вода	1000
Железо	7800

# 9 класс

# Кинематика

## Определения

1. Механика.
2. Механическое движение.
3. Основная задача механики.
4. Кинематика.
5. Материальная точка.
6. Система отсчета.
7. Траектория.
8. Путь.
9. Перемещение.
10. Равномерное движение.
11. Инерция.
12. Закон инерции.
13. Средняя скорость.
14. Средняя путевая скорость.
15. Мгновенная скорость.
16. Ускорение.
17. Равноускоренное движение.
18. Поступательное движение.
19. Угловая скорость.
20. Период и частота обращения.
21. «Равномерное» движение по окружности («условно-равномерное»).
22. Центробежное (нормальное) ускорение.
23. Тангенциальное ускорение.
24. Угловое ускорение.
25. Поступательное движение.
26. Вращательное движение.

## Средняя скорость

**9.1.1** Первую половину всего времени движения автомобиль двигался со скоростью  $v_1$ , а вторую половину — со скоростью  $v_2$ . Найти среднюю скорость автомобиля за все время движения.

**9.1.2** Первую половину пути тело прошло, двигаясь со скоростью  $v_1$ , а вторую — двигаясь со скоростью  $v_2$ . Найти среднюю скорость за время движения.

**9.1.3** [Б-1.1] Автомобиль двигался из пункта  $A$  в пункт  $B$  со скоростью  $v = 40$  км/ч, а обратно из пункта  $B$  в пункт  $A$  со скоростью 60 км/ч. Определить среднюю скорость  $v_s$  автомобиля на всем пути и среднюю скорость перемещения  $\vec{v}_{\text{ср}}$ , если автомобиль в пункте  $B$ : а) мгновенно развернулся и поехал назад; б) простоял в течение времени, равного половине времени движения из пункта  $B$  в пункт  $A$ .

**9.1.4** [Б-1.2] Всадник проехал половину пути со скоростью  $v_1 = 10$  км/ч. Далее половину оставшегося времени движения он ехал со скоростью  $v_2 = 8$  км/ч, а затем до конца пути — со скоростью  $v_3 = 4$  км/ч. Определить среднюю скорость движения всадника на всем пути.

**9.1.5** [Б-1.3] Материальная точка движется по окружности радиуса  $R = 1$  м с постоянной линейной скоростью, совершая один полный оборот за время  $T = 1$  с. Определить модуль средней скорости перемещения за четверть ( $v_1$ ), половину ( $v_2$ ), три четверти ( $v_3$ ) и полный оборот ( $v_4$ ).

## Равноускоренное прямолинейное движение

**9.1.6** Тело падает с нулевой начальной скоростью и пролетает до пола расстояние  $h$ . Найти время падения  $t_{\text{пад}}$  от начала движения до падения на пол и конечную скорость  $v_k$ .

**9.1.7** Тело падает без начальной скорости и пролетает до пола расстояние  $h$ . Найти время падения  $t_{\text{пад}}$  от начала движения до падения на пол и конечную скорость  $v_k$ . Выбрать ось, сонаправленную с  $\vec{g}$ .

**9.1.8** Тело падает с нулевой начальной скоростью и пролетает до пола расстояние  $h$ . Через какое время  $t_1$  после начала движения тело пролетит половину расстояния до пола? Какую скорость  $v_1$  будет оно иметь в этот момент?

**9.1.9** Тело падает с нулевой начальной скоростью и пролетает до пола расстояние  $h$ . Через какое время  $t_1$  после начала движения тело пролетит половину расстояния до пола? Какую скорость  $v_1$  будет оно иметь в этот момент? Выбрать ось, сонаправленную с  $\vec{g}$ .

**9.1.10** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$  с высоты  $h$  над полом. Найти время полета  $t_{\text{пол}}$  от начала движения до падения на пол и конечную скорость  $v_{\text{к}}$ .

**9.1.11** Тело, находившееся на расстоянии  $h$  от пола, брошено вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Найти время полета  $t_{\text{пол}}$  от начала движения до падения на пол и конечную скорость  $v_{\text{к}}$ . Выбрать сонаправленную с  $\vec{g}$  ось.

**9.1.12** Тело брошено вертикально вверх с высоты  $h$ . Найти начальную и конечную скорости, если время полета  $t_{\text{пол}}$ .

**9.1.13** Тело брошено вертикально вниз с начальной скоростью  $v_0$  с высоты  $h$ . Найти время полета  $t_{\text{пол}}$  от начала движения до падения на пол и конечную скорость  $v_{\text{к}}$ .

**9.1.14** Тело брошено вертикально вниз с начальной скоростью  $v_0$  с высоты  $h$ . Найти время полета  $t_{\text{пол}}$  от начала движения до падения на пол и конечную скорость  $v_{\text{к}}$ . Выбрать ось, сонаправленную с  $\vec{g}$ .

**9.1.15** [Б-1.9] Тело брошено от поверхности земли вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Определить время подъема  $t_{\text{под}}$ , максимальную высоту подъема  $h$ , время движения от момента броска до момента падения  $t_{\text{пол}}$  и конечную скорость тела  $v_{\text{к}}$ .

**9.1.16** Тело брошено вертикально вверх с высоты  $h$  над поверхностью земли с начальной скоростью  $v_0$ . Определить время подъема  $t_{\text{под}}$ , максимальную высоту подъема  $H$ , время движения от момента броска до момента падения  $t_{\text{пол}}$  и конечную скорость тела  $v_{\text{к}}$ .

**9.1.17** Решить задачу 9.1.15, выбрав сонаправленную с  $\vec{g}$  ось.

**9.1.18** Решить задачу 9.1.15, выбрав ось  $y$  под углом  $\varphi$  к вертикали.

**9.1.19** [Б-1.17] Мяч брошен вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 10$  м/с. На какой высоте скорость мяча будет вдвое меньше  $v_0$ ?

**9.1.20** [Б-1.12] Звук выстрела и пуля одновременно достигают высоты  $H = 680$  м. Какова начальная скорость  $v_0$  пули? Выстрел произведен вертикально вверх; сопротивление движению пули не учитывать. Скорость звука  $c$  принять равной 340 м/с.

**9.1.21** [М-1.1.6] Подъемный кран опускает бетонную плиту с постоянной скоростью  $V = 1$  м/с. Когда плита находилась на расстоянии  $h = 4$  м от поверхности земли, с нее упал небольшой камень. Каков промежуток времени  $\tau$  между моментами, в которые камень и плита достигли земли? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, толщиной плиты по сравнению с  $h$  пренебречь.

**9.1.22** [Б-1.6] Локомотив находился на расстоянии 400 м от светофора и имел скорость 54 км/ч, когда началось торможение с ускорением, модуль которого равен 0,3 м/с<sup>2</sup>. На каком расстоянии от светофора остановится локомотив?

**9.1.23** Небольшое тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 3,13$  м/с. Когда оно достигло верхней точки полета, из того же начального пункта с такой же начальной скоростью бросили второе тело. Определите, на каком расстоянии  $h$  от точки бросания встретятся тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

**9.1.24** [Б-1.18] Пуля, летящая со скоростью 400 м/с, попадает в преграду и проникает в нее на глубину 32 см. Найти ускорение  $a$  и время движения  $t$  внутри преграды. На какой глубине  $\ell_1$  скорость пули уменьшится в 4 раза? Движение пули считать равнопеременным.

**9.1.25** Пуля, летящая со скоростью 500 м/с, попадает в мешок с песком. Время движения пули в песке составило 0,1 с. Найдите расстояние, которое пуля прошла в песке, и значение ускорения, с которым двигалась пуля до остановки. Во сколько раз уменьшилась скорость пули, когда она прошла половину расстояния в песке?

**9.1.26** [М-1.1.2] Пуля, летящая со скоростью  $V = 400$  м/с, попадает в земляной вал и проникает в него на расстояние  $\ell = 20$  см. Какова скорость  $V_1$  пули на расстоянии от поверхности земли, равном  $\ell_1 = 10$  см? Силу сопротивления, действующую на пулю в земле, считать постоянной.

**9.1.27** [Б-1.8] За последние  $\tau = 2$  с свободно падающее тело пролетело  $\alpha = 3/4$  всего пути. Сколько времени  $t_0$  и с какой высоты  $H$  падало тело?

**9.1.28** [Б-1.10] Камень свободно падает с высоты  $H = 10$  м. За какое время  $\tau$  он пройдет последние  $\ell = 2$  м своего пути?

**9.1.29** [ЕГЭ] Тело, свободно падающее с некоторой высоты, первый участок пути проходит за время  $\tau = 1$  с, а такой же последний — за время  $\tau/2$ . Найдите полное время падения  $t$ , если начальная скорость тела равна нулю.

**9.1.30** Тело, свободно падающее с некоторой высоты из состояния покоя, за время  $\tau = 1$  с после начала движения проходит путь в  $n = 5$  раз меньший, чем за такой же промежуток времени в конце движения. Найдите полное время движения.

**9.1.31** На сколько путь, пройденный свободно падающим телом в  $n$ -ю секунду, больше пути, пройденного в предыдущую секунду?

**9.1.32** [Б-1.15] Тело, двигаясь равноускоренно, за пятую секунду от начала движения проходит 45,5 м. Определить модуль перемещения тела за 5 с и его скорость в конце пятой секунды. Начальная скорость тела равна нулю.

**9.1.33** [Б-1.11] Аэростат поднимается с земли вертикально вверх с ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>. Через  $\tau = 5$  с от начала движения из него выпал предмет. На какую максимальную высоту  $H$  поднимется этот предмет? Через какое время  $t_0$  этот предмет упадет на землю и какую конечную скорость  $v_k$  будет иметь при этом? Начальная скорость аэростата равна нулю.

**9.1.34** [Б-1.14] По наклонной доске скользит снизу вверх шарик. На расстоянии  $\ell = 0,3$  м от начальной точки движения шарик побывал дважды: через  $t_1 = 1$  с и  $t_2 = 2$  с после начала движения. Определить начальную скорость и ускорение движения шарика, считая его постоянным.

**9.1.35** [ЕГЭ] Двигаясь прямолинейно равноускоренно, за время  $\tau$  тело прошло расстояние  $S$ , увеличив свою скорость в три раза. Найти конечную скорость тела.

**9.1.36** [Б-1.16] Электропоезд начинает свое движение из состояния покоя и равномерно увеличивает скорость. Первый вагон прошел мимо наблюдателя, неподвижно стоявшего на платформе у начала первого вагона, за время  $\tau_1 = 10$  с. За какое время  $\tau$  пройдет мимо него седьмой вагон?

**9.1.37** [М-1.1.1] Пассажир метрополитена наблюдает отправление поезда. Находясь на платформе у начала первого вагона, он замечает, что с момента отправления поезда этот вагон прошел мимо него за время  $\tau_1 = 5$  с. Считая движение поезда равноускоренным, найти, за какое время  $\tau_2$  мимо пассажира пройдет второй вагон.

**9.1.38** [М-1.1.3] Пассажир, стоящий на перроне, заметил, что первый вагон электропоезда, приближающегося к станции, прошел мимо него в течение  $t_1 = 4$  с, а второй — в течение  $t_2 = 5$  с. Определить ускорение поезда  $a$ , если передний конец поезда остановился на расстоянии  $L = 75$  м от пассажира. Движение поезда считать равнозамедленным.

**9.1.39** [М<sub>2</sub>-1.1.2] В момент, когда опоздавший пассажир вышел на перрон вокзала, с ним поравнялось начало предпоследнего вагона уходящего поезда. Желая определить, на сколько он опоздал, пассажир измерил время  $t_1$ , за которое мимо него прошел предпоследний вагон, и время  $t_2$ , за которое мимо него прошел последний вагон. Оказалось, что  $t_1 = 9$  с, а  $t_2 = 8$  с. Считая, что поезд двигался равноускоренно и длина вагонов одинакова, найти, на какое время  $\tau$  пассажир опоздал к отходу поезда.

**9.1.40** [Б-1.7] Ракета, запущенная вертикально, достигла высоты 192 км. Во время работы двигателей ускорение ракеты равнялось  $2$  м/с<sup>2</sup>. Сколько времени работал двигатель?

**9.1.41** [ЕГЭ] На последнем километре тормозного пути скорость поезда уменьшилась на  $10$  м/с. Определите скорость в начале торможения, если общий тормозной путь поезда составил  $4$  км, а торможение было равнозамедленным.

**9.1.42** [ЕГЭ] Мимо остановки по прямой улице проезжает грузовик со скоростью  $10$  м/с. Через  $5$  с от остановки вдогонку грузовику отъезжает мотоциклист, движущийся с ускорением  $3$  м/с<sup>2</sup>. Чему равна скорость мотоциклиста в момент, когда он догонит грузовик?

**9.1.43** [М-1.1.4] Нарушитель правил дорожного движения промчался на автомобиле мимо поста ГАИ со скоростью  $V_1 = 108$  км/ч. Спустя  $t_1 = 20$  с вслед за нарушителем отправился на мотоцикле инспектор ГАИ и, разгоняясь равноускоренно в течение  $t_2 = 40$  с, набрал скорость  $V_2 = 144$  км/ч. На каком расстоянии  $S$  от поста ГАИ инспектор догонит нарушителя, двигаясь после разгона со скоростью  $V_2$ ?

**9.1.44** [Б-1.19] Поезд начинает движение из состояния покоя и равномерно увеличивает свою скорость. На первом километре она возросла на  $\Delta v_1 = 10$  м/с. На сколько возрастет скорость на втором километре?

**9.1.45** [Б-1.20] Автомобиль начинает движение из состояния покоя и, двигаясь по прямой, проходит первый километр с ускорением  $a_1$ , а второй — с ускорением  $a_2$ . При этом его скорость на первом километре увеличивается на  $\Delta v_1 = 10$  м/с, а на втором — на  $\Delta v_2 = 5$  м/с. Сравните  $a_1$  и  $a_2$ .

**9.1.46** [М-1.1.5] Ракета запущена вертикально вверх с поверхности Земли и на участке разгона имела постоянное ускорение  $a = 19,6$  м/с<sup>2</sup>. Какое время  $t$  падала ракета с ускорением  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup> после достижения наибольшей в полете высоты, если на участке разгона движение продолжалось в течение времени  $\tau = 1$  мин?



**9.1.47** [М-1.1.7] Ракета запущена вертикально вверх и во время работы двигателя имела постоянное ускорение  $a = 5g$ . Спустя  $t = 1$  мин после старта двигатель ракеты отключился. Через какое время  $\tau$  после отключения двигателя ракета упала на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

**9.1.48** [М-1.1.8] Шарик бросают вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 5$  м/с. Пролетев расстояние  $h = 1,05$  м, он упруго ударяется о потолок и падает вниз. Через какое время  $\tau$  после начала движения шарик упадет на пол, если расстояние от пола до потолка  $H = 2,25$  м? Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**9.1.49** [М-1.1.10] Два тела начали падать с одной и той же высоты с интервалом  $t = 5$  с. Через какое время  $\tau$  после начала падения второго тела расстояние между телами будет  $d = 200$  м? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.1.50** [М-1.1.9] В кабине лифта высотой  $H = 2,5$  м, движущейся с ускорением  $a = 0,8$  м/с<sup>2</sup>, направленным вниз, с высоты  $h = 0,5$  м от пола вертикально вверх бросают маленький шарик. С какой начальной скоростью  $v_0$  относительно лифта брошен шарик, если после броска он поднялся точно до потолка кабины?

**9.1.51** [М-1.1.12] Жонглер бросает вертикально вверх шарики с одинаковой скоростью через равные промежутки времени. При этом пятый шарик жонглер бросает в тот момент, когда первый шарик возвращается в точку бросания. Найти максимальное расстояние  $S$  между первым и вторым шариками, если начальная скорость шариков  $v_0 = 5$  м/с. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивлением воздуха пренебречь.

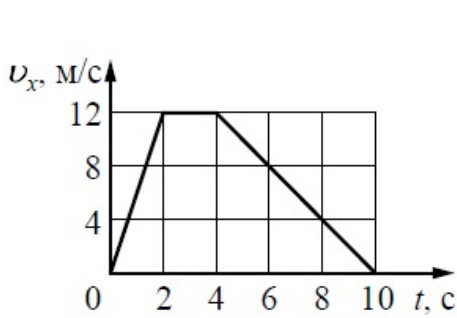
**9.1.52** [Б-1.13] Два тела брошены вертикально вверх из одной точки одно вслед за другим с интервалом  $\tau = 2$  с с одинаковыми начальными скоростями  $v_0 = 50$  м/с. Через какое время  $t_{\text{в}}$  после броска первого тела и на какой высоте  $H_{\text{в}}$  они встретятся?

**9.1.53** Два тела падают друг за другом с высоты  $h$  с интервалом  $\tau$  без начальной скорости. Найти расстояние между ними через  $2\tau$  после старта первого тела. Считать, что к этому моменту первое тело не успело коснуться пола.

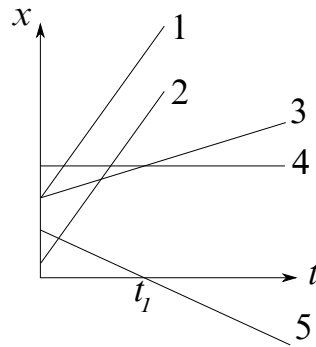
**9.1.54** Два тела бросили вертикально вниз друг за другом с высоты  $h$  с интервалом  $\tau$  с одинаковыми начальными скоростями  $v_0$ . Найти расстояние между ними через  $2\tau$  после старта первого тела. Считать, что к этому моменту первое тело не успело коснуться пола.

**9.1.55** Два тела бросили вертикально вверх друг за другом с высоты  $h$  с интервалом  $\tau$  с одинаковыми начальными скоростями  $v_0$ . Найти расстояние между ними через  $2\tau$  после старта первого тела. Считать, что к этому моменту первое тело не успело коснуться пола.

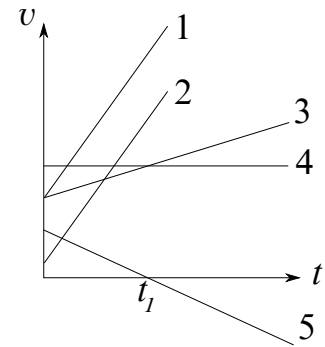
**9.1.56** Одно тело бросили с высоты  $h$  вертикально вниз со скоростью  $v_1$ , а второе бросили из той же позиции через время  $\tau$  вертикально вверх со скоростью  $v_2$ . Определить расстояние между телами через  $4\tau$  после старта второго тела.



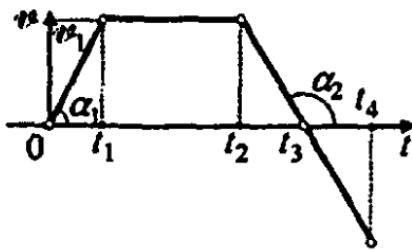
К задаче 9.1.57



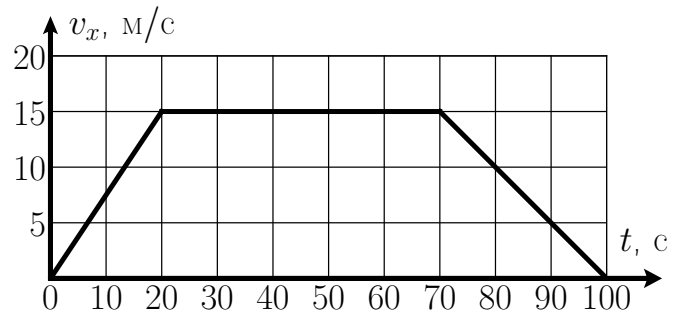
К задаче 9.1.58



К задаче 9.1.59



К задаче 9.1.60



К задаче 9.1.61

## Графики движения

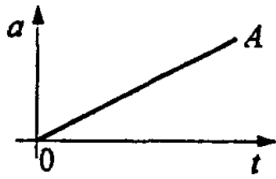
◇ **9.1.57** [ЕГЭ] На рисунке показан график зависимости от времени для проекции  $v_x$  скорости тела. Какова проекция  $a_x$  ускорения этого тела в интервале времени от 4 до 8 с?

◇ **9.1.58** На рисунке представлена зависимость координаты от времени для пяти разных тел. Описать характер движения всех тел. Указать тело, движущееся с наибольшей скоростью; с наименьшей скоростью.

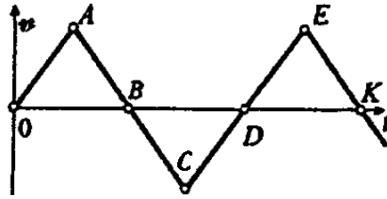
◇ **9.1.59** На рисунке представлена зависимость проекции скорости от времени для пяти разных тел. Описать характер движения всех тел. Указать тело, движущееся с наибольшим ускорением; наименьшим ускорением.

◇ **9.1.60** [Б-1.21] Дан график зависимости скорости тела, движущегося прямолинейно, от времени. Построить графики зависимости ускорения, приращения координаты и пройденного пути от времени.

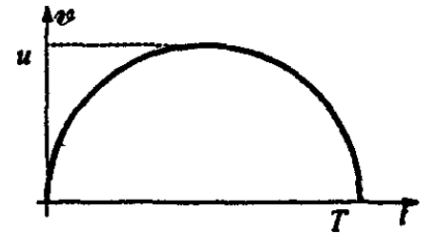
◇ **9.1.61** [ЕГЭ] На рисунке представлен график зависимости модуля скорости  $v$  автобуса от времени  $t$ . Определите по графику путь, пройденный автобусом в интервале времени от  $t_1 = 0$  с до  $t_2 = 50$  с.



К задаче 9.1.62



К задаче 9.1.63



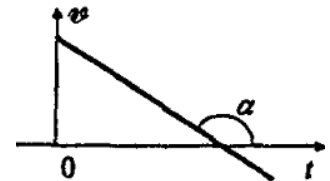
К задаче 9.1.64

◇ **9.1.62** [Б-1.26] По графику зависимости ускорения от времени построить график зависимости скорости от времени. Начальная скорость равна нулю.

◇ **9.1.63** [Б-1.27] На рисунке показан график скорости тела, движущегося прямолинейно. Построить график его перемещения и ускорения, если треугольники  $OAB$ ,  $B CD$  и  $DEK$  равны.

◇ **9.1.64** [Б-1.28] График зависимости скорости от времени имеет вид дуги окружности, опирающейся на диаметр (см. рисунок). Значения  $u$  и  $T$  заданы. Найти приращение координаты  $\Delta x$ .

◇ **9.1.65** [Б-1.22] По графику скорости тела, движущегося прямолинейно, начертить графики изменения координаты и ускорения.



## Уравнения движения

**9.1.66** [Б-1.30] Точка движется по оси  $X$  по закону  $x = 5 + 3t - 2t^2$  ( $x$  — в метрах). На каком расстоянии от начала координат скорость точки будет равна нулю?

**9.1.67** [Б-1.31] Движение тела вдоль оси  $X$  описывается следующим уравнением:  $x = 3 + 2t + t^2$  ( $x$  — в метрах). Чему равна средняя скорость движения тела за вторую секунду?

**9.1.68** [Б-1.32] Движение материальной точки в данной системе отсчета характеризуется уравнениями  $x = 2 + t$ ,  $y = 1 + 2t$  ( $x, y$  — в метрах,  $t$  — в секундах). Найти уравнение траектории. Построить траекторию на плоскости  $XOY$ . Указать положение точки при  $t = 0$ , направление и скорость движения.

**9.1.69** [Б-1.33] Движение материальной точки описывается уравнениями  $x = 10 \cos 3t$ ,  $y = 10 \sin 3t$  ( $x, y$  — в сантиметрах). Определить скорость и ускорение точки.

**9.1.70** Координата тела меняется с течением времени согласно закону  $x = 4 - 2t$ , где все величины выражены в СИ.

1. Определите проекцию скорости  $v_x$  этого тела.
2. Определите проекцию ускорения  $a_x$  для этого тела.
3. Найти путь, пройденный телом за 10 с.
4. Найти модуль перемещения тела за 10 с.
5. Чему будет равна координата  $x$  тела через 10 секунд после начала движения?
6. Чему равна координата тела  $x_0$  в момент начала движения?

**9.1.71** Координата тела меняется с течением времени согласно закону  $y = 7 + 4t - 2t^2$ , где все величины выражены в СИ.

1. Определите начальную проекцию скорости  $v_{0y}$  этого тела.
2. Определите проекцию ускорения  $a_y$  для этого тела.
3. Чему равна координата тела  $y_0$  в момент начала движения?
4. По какому закону меняется проекция скорости  $v_y$  этого тела?
5. Чему равна координата тела через 2 с после начала движения?
6. Какое перемещение совершит тело за 2 с?
7. Какой путь пройдет тело за 2 с?

**9.1.72** Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой  $h(t) = -5t^2 + 18t$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?

## Движение тел, брошенных горизонтально

**9.1.73** Тело брошено горизонтально со скоростью  $v_0$  с высоты  $h$ . Найти время полета, дальность, конечную скорость, угол наклона конечной скорости к горизонту, уравнение траектории.

**9.1.74** Тело брошено горизонтально со скоростью  $v_0$  с высоты  $h$ . Через какое время высота тела уменьшится вдвое? Какую скорость будет иметь тело в этот момент? Какое расстояние пролетит тело по горизонтали?

**9.1.75** Тело брошено горизонтально со скоростью  $v_0$  с высоты  $h$ . Через какое время высота тела уменьшится в три раза? Под каким углом к горизонту направлен вектор скорости тела в этот момент времени? Чему равен модуль перемещения тела за это время?

**9.1.76** [Б-1.53] Какую горизонтальную скорость имел самолет при сбрасывании груза с высоты 400 м, если он упал на расстоянии 500 м от места бросания по горизонтали? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.1.77** Тело бросили горизонтально с высоты  $h$ . Угол наклона конечной скорости к горизонту равен  $\beta$ . Найти начальную скорость  $v_0$  и дальность полета  $\ell$ .

**9.1.78** В мишень с расстояния 20 м сделано два выстрела при горизонтальной наводке винтовки. Скорость первой пули 100 м/с, а второй — 200 м/с. Определить расстояние между пробоинами в мишени.

**9.1.79** Теннисист подает мяч, сообщая ему горизонтальную скорость на высоте 2,5 м. Какую минимальную скорость он должен сообщить мячу, чтобы мяч пролетел над сеткой высотой 0,9 м, находящейся на расстоянии 15 м от теннисиста?

**9.1.80** С вышки брошен камень в горизонтальном направлении. Через 2 с камень упал на землю на расстоянии 40 м от основания вышки. Найти начальную и конечную скорости камня.

**9.1.81** Тело бросили горизонтально, и конечная скорость оказалась равна 14 м/с. Сколько времени длился полет, если по горизонтали тело удалилось от точки бросания на 4 м?

## Движение тел, брошенных произвольно

**9.1.82** Тело брошено со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Найти время подъема, время полета, максимальную высоту, дальность полета, конечную скорость, угол наклона конечной скорости к горизонту, уравнение траектории  $y(x)$ .

**9.1.83** Тело бросили со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Когда оно будет на высоте  $h$ ?

**9.1.84** Камень бросили под углом  $\alpha$  к горизонту, он достиг наибольшей высоты  $h$ . Какова дальность  $\ell$  полета камня?

**9.1.85** Под каким углом к горизонту нужно бросить тело, чтобы дальность полета была равна максимальной высоте подъема?

**9.1.86** [Б-1.46] Под каким углом к горизонту нужно бросить тело, чтобы дальность полета была в  $n$  раз больше максимальной высоты подъема?

**9.1.87**  $\approx$  [Б-1.47] Два тела брошены с одной и той же скоростью под углом  $\alpha$  и  $90^\circ - \alpha$  к горизонту. Определить отношение наибольших высот подъема этих тел и дальностей полета.

**9.1.88** [М-1.1.11] Два тела скользят навстречу друг другу по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}$  рад. В момент, когда расстояние между ними  $S = 30$  см, скорость тела, движущегося вверх, составляет  $v_1 = 5$  см/с, а скорость тела, движущегося вниз —  $v_2 = 1,5$  см/с. Какие пути  $S_1$  и  $S_2$  пройдут тела до места встречи? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, трением тел о плоскость пренебречь.

**9.1.89** Тело брошено со скоростью  $v_0 = 50$  м/с под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту. На какой высоте  $h$  будет тело в тот момент, когда его скорость будет направлена под углом  $\varphi = 30^\circ$  к горизонту?

**9.1.90** Двое бросают друг другу мяч. От одного игрока к другому мяч летит время  $\tau$ . На какую максимальную высоту поднимается мяч?

**9.1.91** Пушка и цель находятся на одном уровне на расстоянии 5,1 км друг от друга. За какое время снаряд с начальной скоростью 240 м/с достигнет цели?

**9.1.92** Тело бросили со скоростью  $v_0$  под неизвестным углом к горизонту. Найти скорость  $v_1$ , когда тело достигло высоты  $h$ .

**9.1.93** Тело бросили со скоростью  $v_0$  под неизвестным углом к горизонту с высоты  $h$ . Найти конечную скорость  $v_k$  в момент падения на землю.

**9.1.94** Тело, брошенное с начальной скоростью  $v_0$  под углом к горизонту, поднялось на максимальную высоту  $H$ . Определить скорость летящего тела через время  $t_1$  после начала движения.

**9.1.95** Тело бросили под неизвестным углом к горизонту со скоростью  $v_0$ . Через время  $t_1$  скорость стала равна  $v_1$ . Найти максимальную высоту подъема тела.

**9.1.96** Тело бросили со скоростью  $v_0 = 25$  м/с под углом к горизонту. Оно достигло максимальной высоты через время  $\tau$ , пролетев расстояние  $L = 30$  м по горизонтали. Чему равно время  $\tau$ ?

**9.1.97** Тело бросили под углом  $\alpha$  к горизонту. Через время  $\tau$  вертикальная составляющая его полной скорости была равна  $v_{1y}$ . Найти дальность полета.

**9.1.98** С какой скоростью  $v_0$  мина должна вылететь из миномета, чтобы поразить ракету, стартующую в момент выстрела с ускорением  $a$  на расстоянии  $\ell$  от миномета? Ствол миномета наклонен на угол  $\alpha$  к горизонту.

**9.1.99** Выстрел из миномета производится в тот момент, когда самолет со скоростью  $v_c$  пролетает точно над ним на высоте  $h$ . С какой минимальной скоростью  $v_0$  и под каким углом нужно произвести выстрел, чтобы мина попала в самолет?

**9.1.100** [Б-1.49] Под каким углом  $\alpha$  к горизонту должен быть направлен ствол орудия, чтобы поразить цель на высоте  $H$  и на расстоянии  $S$  от орудия (по горизонтали)? Начальная скорость снаряда  $v_0$ .

**9.1.101** [Б-1.48] Из брандспойта (шланг с металлическим наконечником), расположенного около поверхности земли, вырывается струя воды со скоростью  $v_0 = 10$  м/с. Брандспойт медленно вращается вокруг вертикальной оси. Одновременно с этим меняется угол его наклона к земле. Определить максимальную площадь, которую можно полить этим брандспойтом.

**9.1.102** Небольшой камень бросили так, что полное время движения равно  $t_{\text{пол}}$ . При этом максимальная скорость камня за время полета оказалась в два раза больше минимальной скорости камня. Найти дальность полета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.1.103** Камень, брошенный под неизвестным углом к горизонту, упал на землю через 2 с. Чему равна дальность полета камня, если за время полета его максимальная скорость была вдвое больше минимальной? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**9.1.104** Камень бросили с некоторой высоты со скоростью  $v_0$ , направленной под углом  $\alpha$  к горизонту. Приземлился камень через время  $\tau$ . Найти модуль перемещения камня от момента бросания до момента приземления.

**9.1.105** [Б-1.52] Тело брошено под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 30$  м/с. Определить величину  $v$  скорости и угол наклона траектории  $\beta$  по отношению к горизонту через  $\tau = 0,5$  с после начала движения.

**9.1.106** Камень бросили с неизвестной высоты со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Чему равен модуль перемещения, если до места падения он летел время  $\tau$ ?

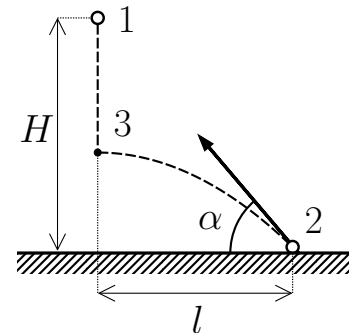


**9.1.107** [Б-1.54] С берега озера высотой  $H$  брошен под углом  $\alpha$  к горизонту камень с начальной скоростью  $v_0$ . Через какое время  $t_0$  и на каком расстоянии  $S$  от места броска по горизонтали камень упадет в воду? Какую скорость  $v_k$  он будет иметь в момент падения?

**9.1.108** С обрыва под углом  $\alpha$  к горизонту бросили камень со скоростью  $v_0 = 6$  м/с. Сколько времени камень находился в полете, если его конечная скорость составила 8 м/с и была направлена под углом  $90^\circ - \alpha$  к горизонту? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.1.109** С обрыва бросили камень под неизвестным углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 6$  м/с. Приземлился он, имея скорость  $v_k = 8$  м/с, направленную под углом  $90^\circ - \alpha$  к горизонту. Найти время полета.

◇ **9.1.110** [ЕГЭ] Из точки 1 свободно падает тело. Одновременно из точки 2 под некоторым углом  $\alpha$  к горизонту бросают другое тело так, что оба тела сталкиваются в воздухе в точке 3 (см. рисунок). Рассчитайте угол, под которым было брошено тело из точки 2, если  $H/\ell = \sqrt{3}$ . Сопротивлением воздуха пренебречь.



**9.1.111** [Б-1.55] Тело брошено под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . При этом на тело действует попутный горизонтальный ветер, сообщая ему постоянное ускорение  $a$ . Найти время полета, наибольшую высоту и дальность полета.

**9.1.112** [М-1.1.15] Человек бросает камень через забор высотой  $H = 2,5$  м. На какое максимальное расстояние  $S$  он может отойти от забора, если бросок производится с высоты  $h = 2$  м от поверхности земли со скоростью  $v_0 = 5$  м/с под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

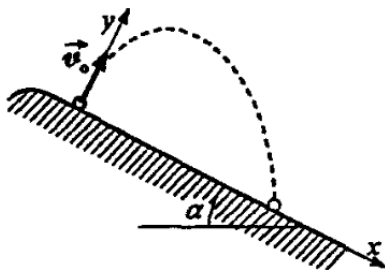
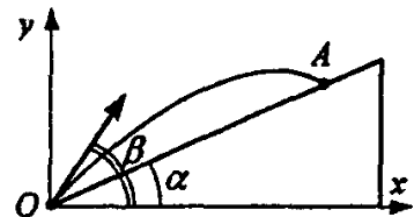
**9.1.113** [М-1.1.17] Снаряд, вылетевший из пушки под углом  $\alpha_1 = 15^\circ$  к горизонту, падает на расстоянии  $L_1 = 5$  км. Какой будет дальность полета снаряда  $L_2$  при угле вылета  $\alpha_2 = 45^\circ$ ? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.1.114** На некоторой планете ускорение свободного падения  $\vec{g}$  направлено под углом  $\alpha$  к горизонту. Под каким углом к горизонту и с какой начальной скоростью нужно выпустить снаряд для того, чтобы он упал на расстоянии  $L$  от орудия, не имея горизонтальной составляющей скорости?

**9.1.115** [м-1.1.19] Пушка делает два выстрела с интервалом  $\tau = 10$  с. Каким будет расстояние  $\ell$  между снарядами спустя время  $t = \tau$  после второго выстрела? Скорость снаряда при выстреле  $v_0 = 300$  м/с, ствол пушки направлен под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Ускорение свободного падения принять  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, силу сопротивления воздуха при движении снаряда не учитывать.

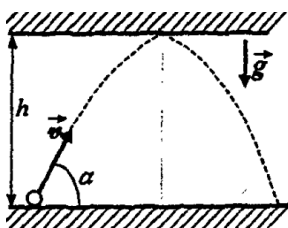
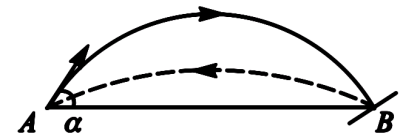
**9.1.116** [м-1.1.22] С вершины холма бросили камень под углом к горизонту со скоростью  $v_0 = 10$  м/с. В момент падения камня на склон холма величина угла между направлением скорости камня и горизонтом составила  $\beta = 60^\circ$ , а разность высот точек бросания и падения  $\Delta h = 5$  м. Найти угол  $\alpha$  между направлением начальной скорости камня  $V_0$  и горизонтом. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

◇ **9.1.117** [Б-1.57] Из миномета ведут обстрел цели, расположенной на склоне горы. На каком расстоянии  $\ell = OA$  от миномета будут падать мины, если угол наклона горы  $\alpha = 30^\circ$ , а угол наклона ствола миномета  $\beta = 60^\circ$ ? Начальная скорость мины  $v_0$ .

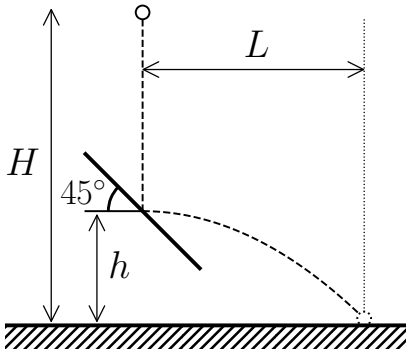


◇ **9.1.118** [Б-1.58] На горе с углом наклона  $\alpha$  к горизонту бросают мяч с начальной скоростью  $v_0$  перпендикулярно склону горы. Найти время полета мяча. На каком расстоянии от точки бросания упадет мяч?

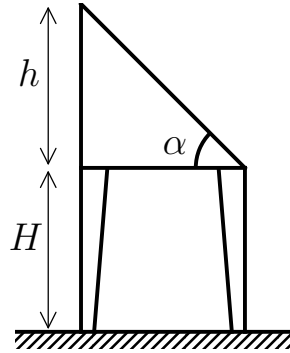
◇ **9.1.119** [м<sub>2</sub>-1.1.7] Шарик, брошенный из точки  $A$  под углом  $\alpha$  к горизонту, в точке  $B$ , лежащей на одной горизонтали с точкой  $A$ , ударяется о гладкую площадку, наклоненную к горизонту. После упругого удара шарик возвращается в исходную точку  $A$ , затратив на полет в  $k = \sqrt{3}$  раз меньшее время. Найти угол  $\alpha$ , под которым тело было брошено из точки  $A$ .



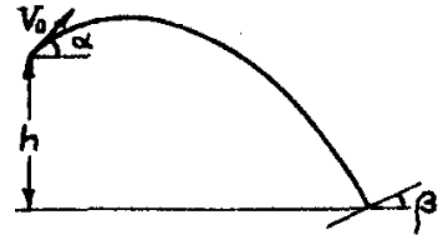
◇ **9.1.120** [Б-1.50] Какое расстояние по горизонтали пролетит мяч, брошенный со скоростью  $v_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту, если он ударится о потолок? Высота потолка  $h = 3$  м, удар упругий. Сопротивлением воздуха пренебречь.



К задаче 9.1.123



К задаче 9.1.124



К задаче 9.1.125

**9.1.121** Упругое тело свободно падает на плоскость, наклоненную под углом  $\alpha$  к горизонту, пролетев расстояние  $h$ . Через какое время произойдет второе соударение тела с плоскостью? На каком расстоянии друг от друга находятся места первых двух ударов?

**9.1.122** [Б-1.59] Мяч, брошенный со скоростью  $v_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту, ударяется о вертикальную стену, находящуюся на расстоянии  $S = 3$  м от места броска. Определить модуль и направление скорости мяча ( $v$  и угол  $\beta$ ) после удара. Удар считать абсолютно упругим.

◇ **9.1.123** [М-1.1.18] Тело падает с высоты  $H = 2$  м без начальной скорости. На высоте  $h = 0,5$  м над землей тело испытывает абсолютно упругий удар о закрепленную площадку, наклоненную под углом  $45^\circ$  к горизонту (см. рисунок). Найти дальность полета тела  $L$ .

◇ **9.1.124** [М-1.1.20] Брусок соскальзывает без трения с наклонной плоскости высотой  $h = 1$  м и с углом при основании  $\alpha = 45^\circ$ , а затем свободно падает на пол с высоты  $H = 1$  м (см. рисунок). Найти угол  $\beta$  между направлением скорости и вертикалью в момент удара бруска о пол. Сопротивлением воздуха пренебречь.

◇ **9.1.125** [М-1.1.21] Шарик бросают с башни высотой  $h = 4,9$  м под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту со скоростью  $V_0 = 7$  м/с. При падении на землю шарик упруго ударяется о наклонную плоскость и возвращается в точку бросания по той же траектории. Какой угол  $\beta$  составляет наклонная плоскость с горизонтом? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

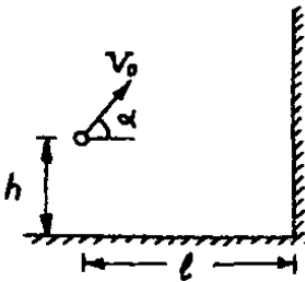
**9.1.126** [М-1.1.14] Мяч брошен с поверхности земли под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $v = 10$  м/с в направлении вертикальной стенки, расстояние до которой  $\ell = 7$  м. На какой высоте  $h$  мяч ударится о стенку? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.1.127** [Б-1.56] Небольшое тело скользит со скоростью  $v = 10$  м/с по горизонтальной плоскости, приближаясь к щели. Щель образована двумя отвесными параллельными стенками, находящимися на расстоянии  $d = 0,05$  м друг от друга. Глубина щели  $H = 1$  м. Сколько раз ударится тело о стенки, прежде чем упадет на дно? Удар о стенку абсолютно упругий (при ударе модуль скорости не меняется и угол отражения равен углу падения).

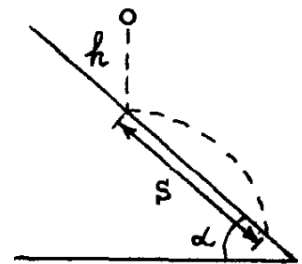
**9.1.128\*** Ступеньки лестницы имеют одинаковую высоту  $h$ , но разную длину. Шарик, пущенный горизонтально с верхней ступеньки, упруго ударяется о край каждой следующей ступеньки. Найти длину  $n$ -ой ступеньки.

**9.1.129\*** Шарик падает с некоторой высоты на наклонную плоскость и упруго отражается от нее. При этом расстояние между точками первого и второго ударов шарика о плоскость равно 10 см. Каково расстояние между точками девятого и десятого ударов шарика о плоскость?

◇ **9.1.130** [М-1.1.23] Мальчик бросает мяч в направлении вертикальной стены так, чтобы мяч, отскочив от стены, упал точно к его ногам. Какова должна быть начальная скорость мяча  $V_0$ , если бросок производится с высоты  $h = 1,5$  м под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту? Расстояние от мальчика до стены  $\ell = 6$  м. Удар мяча о стену считать абсолютно упругим, ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



◇ **9.1.131** [М-1.1.24] Маленький шарик падает с высоты  $h = 50$  см на наклонную плоскость, составляющую угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтом. Найти расстояние  $S$  между точками первого и второго соударений шарика с наклонной плоскостью. Соударения считать абсолютно упругими, сопротивлением воздуха пренебречь.



**9.1.132** Маленький шарик, брошенный под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ , ударился о вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с горизонтально направленной скоростью  $u$ , и отскочил в точку, из которой был брошен. Определите, через какое время после броска произошло столкновение шарика со стенкой. Удар считать абсолютно упругим.

**9.1.133** Мальчик бросает мяч со скоростью  $v_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 45^\circ$  в сторону стены, стоя на расстоянии  $\ell = 4$  м от нее. На каком расстоянии от стены должен встать мальчик, чтобы поймать мяч? Удар мяча о стенку считать абсолютно упругим.

**9.1.134** Мяч падает с высоты 2 м на плоскость, наклоненную под углом  $30^\circ$  к горизонту. На каком расстоянии от места падения он второй раз упадет на плоскость? Столкновение абсолютно упругое.

**9.1.135** Дальность полета брошенного под углом к горизонту тела равна 10 м. Под каким углом к горизонту с той же начальной скоростью надо бросить тело, чтобы дальность полета была равна 5 м?

**9.1.136** Начальная скорость брошенного под углом к горизонту тела равна 10 м/с. Через 0,5 с она стала равна 7 м/с. На какую максимальную высоту поднялось тело?

**9.1.137** Тело брошено с земли под углом  $60^\circ$  к горизонту. Через 4 с скорость тела оказалась направленной под углом  $30^\circ$  к горизонту вниз. Найти время полета тела.

**9.1.138** На какое максимальное расстояние можно бросить мяч в спортивном зале высотой  $H_1 = 8$  м, если начальная скорость мяча 20 м/с? Рассмотреть случай  $H_2 = 15$  м.

**9.1.139** По горизонтальной поверхности с постоянной скоростью едет тележка, верхняя плоскость которой наклонена к горизонту под углом  $\alpha = 15^\circ$ . На тележку с высоты  $H = 15$  м без начальной скорости падает маленький шарик. При какой скорости тележки шарик после упругого столкновения с тележкой упадет на нее в ту же точку? Будут ли последующие падения шарика попадать в ту же точку? Высотой тележки пренебречь, скорость тележки в результате падения шарика не меняется.

**9.1.140** Горизонтально летящий мячик абсолютно упруго отражается от наклонной плоскости в точке  $A$ . При каких значениях угла наклона плоскости  $\alpha$  он опять попадет в точку  $A$ ?

**9.1.141** Шар, скатываясь с лестницы, имел начальную горизонтальную скорость 5 м/с. Высота и ширина каждой ступеньки равны по 0,5 м. О какую по счету ступеньку шар ударится впервые?

**9.1.142** [Б-1.51] В потолке помещения проделаны две дыры на расстоянии  $L$  друг от друга. Мяч находится на расстоянии  $a$  от первой дыры по горизонтали. Под каким углом  $\alpha$  к горизонту нужно бросить мяч, чтобы он пролетел через обе дыры? Высота потолка  $h$ .

**9.1.143** С какой минимальной скоростью необходимо бросить мяч, чтобы он перелетел через дом высотой 25 м и шириной 12,5 м?

**9.1.144** Под каким наименьшим углом к горизонту надо бросить мяч, чтобы он пролетел через баскетбольное кольцо сверху, не задев его? Радиус мяча  $r$ , радиус кольца  $R = 2r$ , высота кольца над полом 3 м, баскетболист бросает мяч с высоты 2 м, находясь на расстоянии 5 м от кольца по горизонтали.

**9.1.145** Тело брошено с обрыва со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Через какое время направление скорости тела станет перпендикулярным направлению начальной скорости?

**9.1.146** Тело брошено со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Через какое время радиус-вектор тела, проведенный из точки бросания, и вектор его скорости будут перпендикулярны?

**9.1.147\*** Под каким углом к горизонту необходимо бросить камень, чтобы он все время удалялся от точки бросания?

**9.1.148** Два тела брошены с земли под углами  $\alpha = 30^\circ$  и  $\beta = 45^\circ$  к горизонту из одной точки. Каково отношение сообщенных им начальных скоростей, если тела упали на землю также в одной точке?

**9.1.149** Тело брошено со скоростью  $v_0 = 20$  м/с под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Найти координаты точек траектории тела, в которых вектор скорости составляет с горизонтом угол  $\varphi = 45^\circ$ .

**9.1.150** С вершины горы бросают камень под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Определить начальную скорость камня, если он упал на расстоянии 20 м от точки бросания. Угол наклона горы к горизонту  $\beta = 30^\circ$ .

**9.1.151** Из пушки выпустили последовательно 2 снаряда со скоростью  $v_0 = 250$  м/с: первый под углом  $\alpha_1 = 60^\circ$ , к горизонту, второй под углом  $\alpha_2 = 45^\circ$  (азимут один и тот же). Найти интервал времени между выстрелами, при котором снаряды столкнутся друг с другом.

## Кинематика вращательного движения

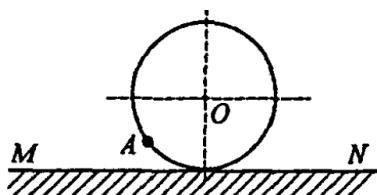
**9.1.152** [Б-1.61] Минутная стрелка в 3 раза длиннее секундной. Найти отношение линейных скоростей концов стрелок.

**9.1.153** [Б-1.62] Линейная скорость точек окружности вращающегося диска равна  $v_1 = 3$  м/с, а точек, находящихся на 10 см ближе к оси вращения,  $v_2 = 2$  м/с. Сколько оборотов делает диск в минуту?

**9.1.154** [Б-1.63] Найти линейную скорость и ускорение точек на поверхности Земного шара: а) на экваторе; б) на широте  $60^\circ$ ; в) на полюсах.

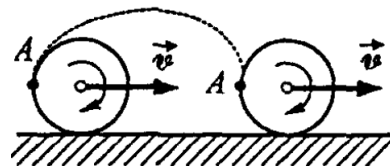
**9.1.155** [Б-1.64] Гладкий диск радиусом  $R$ , плоскость которого горизонтальна, вращается вокруг своей оси с частотой  $\nu = 40$  об/мин. От поверхности диска на расстоянии  $R/2$  от оси отрывается небольшое тело, которое без трения скользит по диску. Через какое время оно соскользнет с диска?

**9.1.156** [Б-1.65] Диск начинает движение из состояния покоя и вращается равноускоренно. Каким будет угол между векторами скорости и ускорения произвольной точки диска, когда он сделает один оборот?



◇ **9.1.157** [Б-1.67] Диск радиуса  $R$  катится по плоскости без скольжения вдоль прямой  $MN$ . Чему равно перемещение точки  $A$  за один оборот диска?

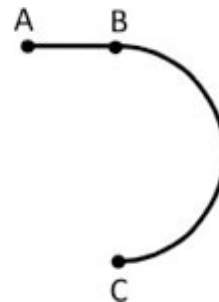
◇ **9.1.158** [Б-1.69] Колесо радиусом  $R$  равномерно катится по горизонтальной поверхности. От точки  $A$  колеса отрывается капля грязи. С какой минимальной скоростью  $v$  должно двигаться колесо, если капля, побывав в воздухе, снова опустилась на то же самое место колеса?



**9.1.159\*** [Б-1.70] Автомобиль с колесами радиусом  $R$  движется без проскальзывания по горизонтальной дороге со скоростью  $v$ . На какую максимальную высоту над поверхностью земли поднимаются капли грязи, отрывающиеся от колес?

**9.1.160** Точка движется по окружности радиусом  $R = 10$  см с постоянным тангенциальным ускорением  $a_\tau$ . Найти величину нормального ускорения  $a_n$  точки через  $t = 20$  с после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения величина линейной скорости точки равна  $v = 0,1$  м/с.

◇ **9.1.161** [ЕГЭ] Стартуя из точки  $A$  (см. рисунок), спортсмен движется равноускоренно до точки  $B$ , после которой модуль скорости спортсмена остается постоянным вплоть до точки  $C$ . Во сколько раз время, затраченное спортсменом на участок  $BC$ , больше, чем на участок  $AB$ , если модуль ускорения на обоих участках одинаков? Траектория  $BC$  — полуокружность.



**9.1.162** [М-1.1.25] Самолет летит по дуге окружности радиуса  $R = 1$  км, сохраняя одну и ту же высоту  $h = 1,5$  км. С интервалом времени  $\tau = 10,5$  с ( $\approx 10\pi/3$  с) с него сбрасывают два мешка. На каком расстоянии  $S$  друг от друга упадут на землю эти мешки, если скорость самолета  $V = 100$  м/с? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.1.163** Найти величину углового ускорения  $\varepsilon$  вращающегося равноускоренно колеса, если известно, что через время  $t = 2$  с после начала движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол  $\beta = 60^\circ$  вектором линейной скорости  $\vec{v}$ .

## Относительное движение и сложение скоростей

### Одномерное движение

**9.1.164** Самолет летит из пункта  $A$  в пункт  $B$  и обратно со скоростью 300 км/ч относительно воздуха. Расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  равно 900 км. Сколько времени затратит самолет на весь полет, если вдоль линии полета непрерывно дует ветер со скоростью 60 км/ч?

**9.1.165** Между двумя пунктами, расположенными на реке на расстоянии 100 км один от другого, курсирует катер, который, двигаясь по течению, проходит это расстояние за 4 часа, а против течения — за 10 часов. Каковы скорость течения реки и скорость катера относительно воды?

**9.1.166** Моторная лодка за полтора часа доставляет почту в поселок, расположенный ниже по течению реки. Сколько времени займет обратный путь, если скорость движения лодки относительно воды в 4 раза больше скорости течения?



**9.1.167** За 4 часа моторная лодка проходит против течения расстояние 48 км. За какое время она пройдет обратный путь, если скорость течения 3 км/ч?

**9.1.168** Стоящий на эскалаторе человек поднимается за 2 мин, а бегущий — за 40 с. За какое время этот человек поднимется по неподвижному эскалатору?

**9.1.169** Эскалатор в метро спускает идущего по нему человека за  $t_1$ . Если человек будет идти в  $\alpha$  раз быстрее, то спустится за время  $t_2$ . За какое время  $t_0$  спускается человек, стоящий на эскалаторе?

**9.1.170** [Б-1.40] Расстояние  $S$  необходимо проплыть на лодке туда и обратно один раз по реке, скорость течения которой равна  $u$ , а другой раз по озеру. Скорость лодки относительно воды оба раза равна  $v$ . Решив задачу в общем виде, докажите, что поездка туда и обратно по реке всегда занимает больше времени, чем по озеру.

**9.1.171** [Б-1.39] Рыбак плывет на лодке вверх по реке. Проезжая под мостом, он уронил в воду соломенную шляпу. Через полчаса он заметил это и, повернув назад, догнал шляпу в 5 км ниже моста. Какова скорость течения реки, если рыбак, двигаясь вверх и вниз по реке, греб одинаково?

**9.1.172** От буксира, идущего против течения реки, оторвалась лодка. В тот момент, когда на буксире заметили лодку, она находилась от него на достаточно большом расстоянии  $s_0$ . С буксира быстро спустили катер, который доплыл до лодки и возвратился с нею назад. Сколько времени заняла поездка катера и какое расстояние он проплыл в одну и другую сторону, если скорости катера и буксира относительно воды равны соответственно  $v_1$  и  $v_2$ ?

**9.1.173** Из города  $A$  выехали с одинаковыми скоростями два автомобиля, второй через 12 мин после первого. Они поочередно, с интервалом в 14 мин, обогнали одного и того же велосипедиста. Во сколько раз скорость автомобилей больше скорости велосипедиста?

**9.1.174**  $\approx$  [Г-1.8] Группа туристов движется во время похода со скоростью 5 км/ч и растянулась на 400 м. Ведущий группы посылает идущего рядом Геннадия к замыкающему с запиской. Передав записку, Геннадий сразу же возвращается к ведущему. Сколько времени потратил Геннадий на этот маневр, двигаясь со скоростью 10 км/ч?

**9.1.175** [с-1.1.6] Спортсмены бегут колонной длины  $\ell$  со скоростью  $v$ . На встречу бежит тренер со скоростью  $u < v$ . Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и начинает бежать назад с той же по модулю скоростью. Какова будет длина колонны, когда все спортсмены развернутся?

## Двумерное движение

**9.1.176** В безветренную погоду вертолет двигался со скоростью 90 км/ч точно на юг. Найти скорость и курс вертолета, если подул юго-западный ветер под углом  $45^\circ$  к меридиану. Скорость ветра 10 м/с.

**9.1.177** В безветренную погоду вертолет двигался со скоростью  $v$  точно на север. Найти скорость и курс вертолета, если подул юго-западный ветер под углом  $\alpha$  к меридиану. Скорость ветра  $u$ .

**9.1.178** В безветренную погоду вертолет двигался со скоростью  $v$  точно на восток. Найти скорость и курс вертолета, если подул юго-восточный ветер под углом  $\alpha$  к меридиану. Скорость ветра  $u$ .

**9.1.179** В безветренную погоду вертолет двигался со скоростью  $v$  точно на запад. Найти скорость и курс вертолета, если подул северо-восточный ветер под углом  $\alpha$  к меридиану. Скорость ветра  $u$ .

**9.1.180** Самолет, скорость которого относительно воздуха равна 300 км/ч, летит на север. Внезапно подул северо-западный ветер со скоростью 100 км/ч относительно земли. Определите, под каким углом к направлению на север летчик должен направлять самолет, чтобы продолжать лететь на север, и чему при этом будет равна скорость самолета относительно земли.

**9.1.181** Самолет, скорость которого относительно воздуха равна  $v$ , летит на юг. Внезапно подул северо-западный ветер со скоростью  $u$  относительно земли. Определите, под каким углом к направлению на север летчик должен направлять самолет, чтобы продолжать лететь на юг, и чему при этом будет равна скорость самолета относительно земли.

**9.1.182** Самолет, скорость которого относительно воздуха равна  $v$ , летит на восток. Внезапно подул юго-восточный ветер со скоростью  $u$  относительно земли. Определите, под каким углом к направлению на север летчик должен направлять самолет, чтобы продолжать лететь на восток, и чему при этом будет равна скорость самолета относительно земли.

**9.1.183** Самолет, скорость которого относительно воздуха равна  $v$ , летит на запад. Внезапно подул юго-восточный ветер со скоростью  $u$  относительно земли. Определите, под каким углом к направлению на север летчик должен направлять самолет, чтобы продолжать лететь на запад, и чему при этом будет равна скорость самолета относительно земли.

**9.1.184** [ЕГЭ] В безветренную погоду самолет затрачивает на перелет между городами 6 часов. Если во время полета дует боковой ветер перпендикулярно линии полета, то самолет затрачивает на перелет на 9 минут больше. Найдите скорость ветра, если скорость самолета относительно воздуха постоянна и равна 328 км/ч.

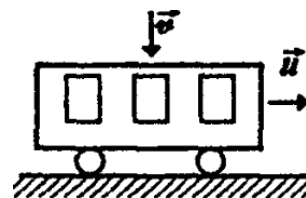
**9.1.185** [М-1.1.13] Пловец переплывает реку шириной  $L$  по прямой, перпендикулярной берегу, и возвращается обратно, затратив на весь путь время  $t_1 = 4$  мин. Проплывая такое же расстояние  $L$  вдоль берега реки и возвращаясь обратно, пловец затрачивает время  $t_2 = 5$  мин. Во сколько раз  $\alpha$  скорость пловца относительно воды превышает скорость течения реки?

**9.1.186** [Б-1.38а] Скорость течения реки  $u$ , скорость катера относительно воды  $v$ . Под каким углом к берегу должен двигаться катер, чтобы пересечь реку за минимальное время?

**9.1.187** [Б-1.38б] Скорость течения реки  $u$ , скорость катера относительно воды  $v$ . Под каким углом к берегу должен двигаться катер, чтобы пересечь реку по кратчайшему пути?

**9.1.188** Скорость, которую лодочник развивает в стоячей воде, равна  $v$ . Он переправляется через реку шириной  $L$ , скорость течения которой равна  $u$ . Лодочник гребет перпендикулярно берегу. Сколько времени потребуется лодочнику, чтобы пересечь реку? На какое расстояние  $x$  снесет лодку за время переправы? Чему равна скорость лодочника  $V$  относительно берега? Под каким углом к берегу направлена скорость  $V$ ?

◇ **9.1.189** [Б-1.37] Капли дождя, падающие вертикально, попадают на стекло окна вагона, движущегося со скоростью  $u = 36$  км/ч, и оставляют на нем след под углом  $60^\circ$  к вертикали. Определить скорость падения капель  $v$ .



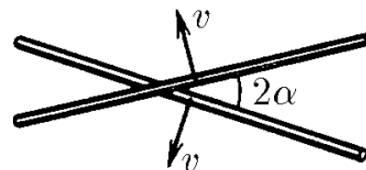
**9.1.190** [Б-1.43] Заднее стекло автомобиля наклонено к горизонту под углом  $60^\circ$ . С какой скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы на заднем стекле не оставалось следов от дождевых капель? Скорость падения капель дождя равна 53 км/ч.

**9.1.191** [с-1.4.56] При скорости ветра 10 м/с капли дождя падают под углом  $30^\circ$  к вертикали. При какой скорости ветра капли будут падать под углом  $45^\circ$ ?

**9.1.192** [Б-1.42] Две машины отъехали от перекрестка по двум взаимно перпендикулярным улицам: одна со скоростью 50 км/ч, вторая — 60 км/ч. С какой относительной скоростью они удаляются друг от друга?

**9.1.193** [Б-1.41] Два корабля идут прямолинейными курсами, расположенными под углом  $120^\circ$  друг к другу: первый со скоростью 60 км/ч, второй — 80 км/ч. Какова скорость первого корабля относительно второго?

◇ **9.1.194** [с-1.1.12] Два стержня пересекаются под углом  $2\alpha$  и движутся с равными скоростями  $v$  перпендикулярно самим себе. Какова скорость точки пересечения стержней?

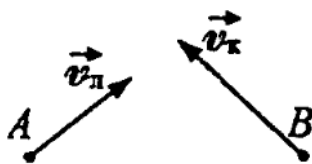


**9.1.195** [м-6.29] Автомобиль, движущийся по горизонтальной дороге, попадает в полосу дождя, капли которого падают на землю вертикально с постоянной скоростью. Известно, что при скорости автомобиля  $V_1 = 36$  км/ч на его наклонное лобовое стекло попадает  $n_1 = 200$  дождевых капель в секунду, а при скорости  $V_2 = 72$  км/ч это число возрастает до  $n_2 = 300$  капель в секунду. Сколько капель  $n_0$  будет попадать в лобовое стекло за 1 секунду, если автомобиль остановится?

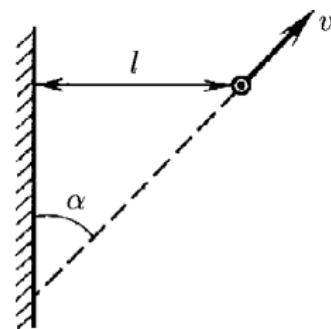
**9.1.196** [Б-1.66] Цилиндр радиусом  $R = 20$  см вращается вокруг своей оси с частотой  $\nu = 20$  об/мин. Вдоль образующей цилиндра с постоянной скоростью  $v = 30$  см/с относительно поверхности цилиндра движется материальная точка. Определить полную скорость и ускорение этой точки.

**9.1.197** Атлет толкает ядро с разбега. Считая, что скорость ядра относительно атлета равна скорости разбега, найти угол  $\alpha$ , под которым следует выпустить ядро относительно земли, чтобы дальность полета была максимальной. Рост атлета не учитывать.

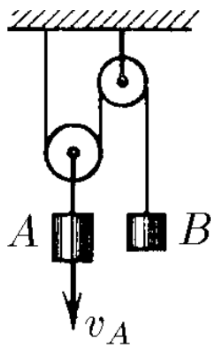
◇ **9.1.198** [Б-1.44] В точках  $A$  и  $B$  находятся моторная лодка и катер, движущиеся с заданными постоянными скоростями  $v_л$  и  $v_к$  в направлениях, показанных на рисунке. Определите графически, каким будет наименьшее расстояние между лодкой и катером.



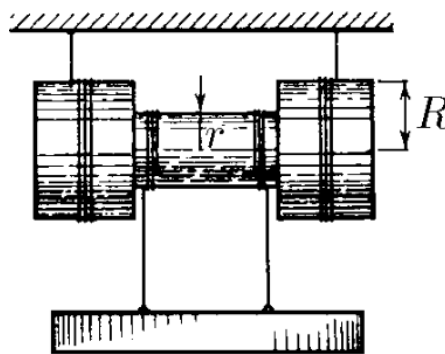
◇ **9.1.199** [с-1.1.18\*] Автомобиль удаляется со скоростью  $v$  от длинной стены, двигаясь под углом  $\alpha$  к ней. В момент, когда расстояние до стены равно  $\ell$ , шофер подает короткий звуковой сигнал. Какое расстояние пройдет автомобиль до момента, когда шофер услышит эхо? Скорость звука в воздухе  $c$ .



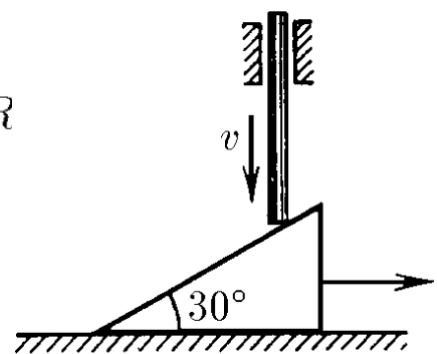
**9.1.200** [с-1.4.5 а] Капли дождя из-за сопротивления воздуха падают с постоянной скоростью  $v$ , перпендикулярной поверхности земли. Как необходимо расположить цилиндрическое ведро, находящееся на движущейся со скоростью  $u$  платформе, чтобы капли не попадали на его стенки?



К задаче 9.1.201



К задаче 9.1.202



К задаче 9.1.203

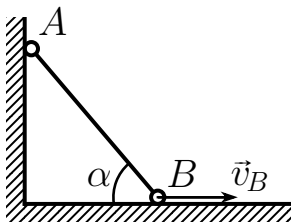
## Движение со связями

◇ 9.1.201 [с-1.5.1] Скорость груза  $A$  равна  $v_A$  (см. рисунок). Чему равна скорость груза  $B$ ?

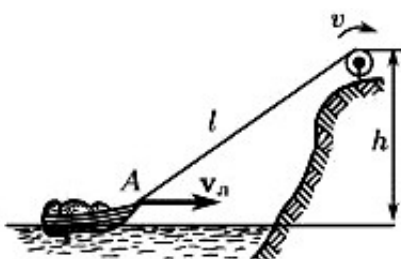
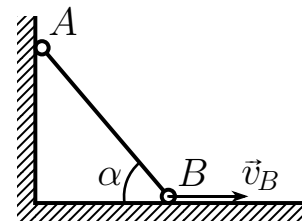
◇ 9.1.202 [с-1.5.2] Угловая скорость катушки равна  $\omega$ , радиус внутреннего цилиндра  $r$ , а радиус внешних цилиндров  $R$  (см. рисунок). Каковы скорости оси катушки и груза относительно земли?

◇ 9.1.203 [с-1.5.3] Клин, имеющий угол  $30^\circ$ , лежит на горизонтальной плоскости. Вертикальный стержень, опускающийся со скоростью  $v$ , заставляет клин скользить по этой плоскости (см. рисунок). Какова скорость клина?

◇ 9.1.204 Стена и пол образуют прямой угол. В этом углу находится недеформируемый стержень, конец которого  $B$  отъезжает от стены с постоянной скоростью  $v_B$ . Найти зависимость скорости  $v_A$  другого конца стержня от угла  $\alpha$ , образованного стержнем и полом для промежутка времени, пока верхний конец стержня не отрывается от стены.

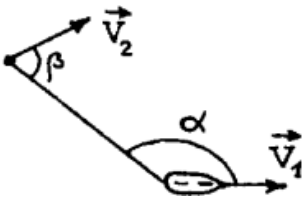


◇ 9.1.205 Стена и пол образуют прямой угол. В этом углу находится недеформируемый стержень длиной  $l$ , конец которого  $B$  отъезжает от стены с постоянной скоростью  $v_B$ . Найти зависимость скорости  $v_A$  другого конца стержня от времени. Считать, что верхний конец стержня не отрывается от стены.



◇ 9.1.206 Лодка подтягивается к высокому берегу озера при помощи веревки, которую выбирают с постоянной скоростью  $v$ . Найти зависимость скорости лодки  $v_n$  от угла, образованного веревкой с горизонтом.

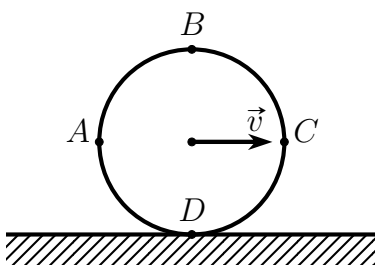
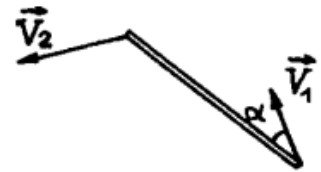
- ◇ **9.1.207** [м-1.1.28] Катер, движущийся со скоростью  $V_1 = 30$  км/ч, буксирует спортсмена на водных лыжах. Трос, за который держится спортсмен, составляет с направлением движения катера угол  $\alpha = 150^\circ$ . Направление движения спортсмена образует с тросом угол  $\beta = 60^\circ$ . Чему равна величина скорости спортсмена  $V_2$  в этот момент времени?



- 9.1.208** [ЮВБ] В четырехтактном двигателе внутреннего сгорания частота вращения коленчатого вала (маховика) составляет 3000 оборотов в минуту. Радиус маховика равен 10 см, длина шатуна равна 15 см. Найдите:

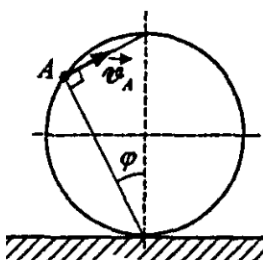
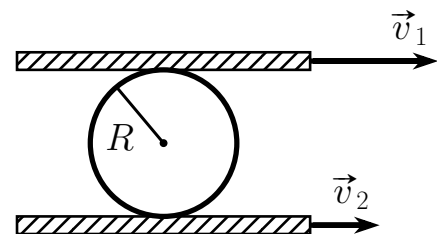
- Расстояние, проходимое поршнем за 1 секунду.
- Максимальную скорость поршня.
- Максимальное ускорение поршня.
- Длительность рабочего хода.
- Рабочий ход поршня.

- ◇ **9.1.209** [м-1.1.29] Стержень длиной  $\ell = 0,85$  м движется в горизонтальной плоскости. В некоторый момент времени скорости концов стержня равны  $V_1 = 1$  м/с и  $V_2 = 1,5$  м/с, причем скорость первого из них направлена под углом  $\alpha = 30^\circ$  к стержню. Какова угловая скорость  $\omega$  вращения стержня вокруг его центра?



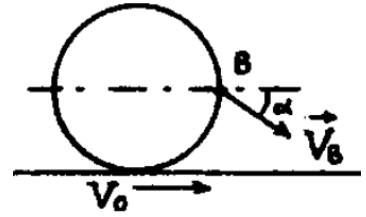
- ◇ **9.1.210** Колесо катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Скорость центра колеса постоянна и равна  $v$ . Найти скорости лежащих на горизонтальном диаметре колеса точек  $A$  и  $C$ , а также скорости лежащих на вертикальном диаметре колеса точек  $B$  и  $D$  (см. рисунок).

- ◇ **9.1.211** Колесо радиуса  $R$  катится без проскальзывания между двумя параллельными рейками, имеющими скорости  $v_1$  и  $v_2$  (см. рисунок). Найти скорость центра колеса  $v_0$  и угловую скорость вращения колеса  $\omega$ .

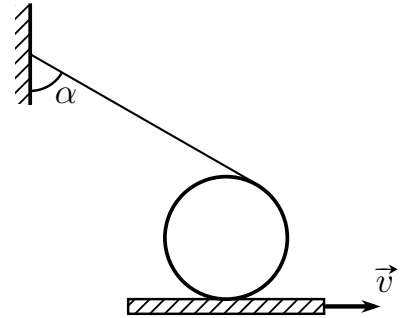


- ◇ **9.1.212** [Б-1.68] Колесо радиуса  $R$  катится без проскальзывания по гладкому горизонтальному пути. Скорость центра колеса  $v_0$  постоянна. Определить скорость  $v$  и ускорение  $a$  произвольной точки  $A$  колеса, положение которой задано углом  $\varphi$  (см. рисунок).

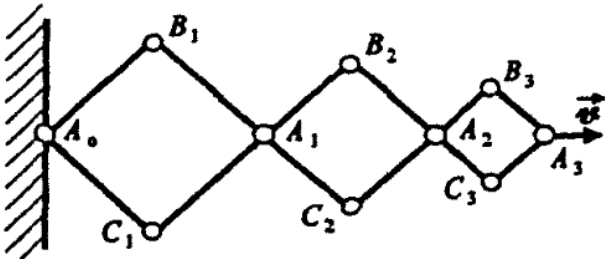
◇ **9.1.213** [м-1.1.27] Колесо катится без проскальзывания по ленте транспортера, движущейся горизонтально со скоростью  $V_0 = 1$  м/с в направлении движения ленты. Известно, что относительно неподвижного наблюдателя скорость  $\vec{V}_B$  точки  $B$ , находящейся на ободе колеса на его горизонтальном диаметре, составляет с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Найти скорость  $V$  центра колеса относительно неподвижного наблюдателя (см. рисунок).



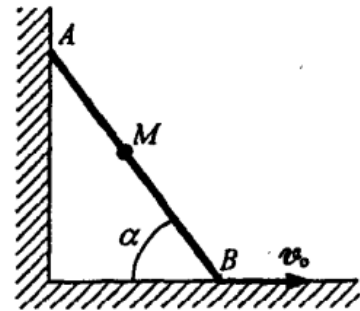
◇ **9.1.214\*** Цилиндр без проскальзывания движется по ленте, имеющей скорость  $v$  (см. рисунок). На цилиндр намотана тонкая нерастяжимая нить, конец которой прикреплен к стене. В некоторый момент времени нить составляет со стенкой угол  $\alpha$ . Найти скорость центра колеса  $v_0$  в этот момент времени.



◇ **9.1.215** [б-1.72] Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, стороны которых относятся как 3 : 2 : 1 (см. рисунок). Вершина  $A_3$  перемещается в горизонтальном направлении со скоростью  $v$ . Определить скорости вершин  $A_1, A_2, B_2$  в тот момент, когда все углы конструкции прямые.



◇ **9.1.216\*** [б-1.71] Между двумя стенками, образующими прямой угол, движется без отрыва стержень  $AB$  длиной  $\ell_0$ . Скорость точки  $B$  постоянна, равна  $v_0$  и направлена горизонтально. Определите скорость  $v$  и ускорение  $a$  точки  $M$ , расположенной на расстоянии  $MB = \ell$  от точки  $B$ , в момент времени, когда угол между горизонтальной стенкой и стержнем составляет  $\alpha$ .





# Динамика

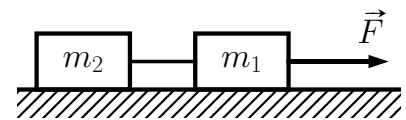
## Определения

1. Инертность.
2. Масса.
3. Сила, равнодействующая сил.
4. Закон Гука.
5. Три закона Ньютона.
6. Трение покоя. Трение скольжения.
7. Вес. Сила тяжести.
8. Закон всемирного тяготения.
9. Гравитационная постоянная.
10. Первая и вторая космическая скорости.
11. Движение по орбите.
12. Невесомость.
13. Перегрузка.
14. Три закона Кеплера.

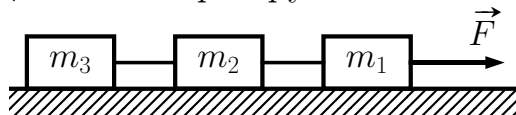
## Горизонтальное или вертикальное движение

**9.2.1** На горизонтальном гладком столе покоится брусок массой  $m$ . К центрам его противоположных вертикальных граней приложены направленные в противоположные стороны вдоль одной прямой горизонтальные силы  $F_1$  и  $F_2$ . Найти ускорение бруска.

◇ **9.2.2** [Б-2.3] Два груза массой  $m_1$  и  $m_2$ , связанные между собой с помощью невесомой и нерастяжимой нити, движутся в горизонтальном направлении по гладкому столу под действием силы  $F$ , приложенной к первому грузу. Определить ускорение грузов и силу натяжения нити.

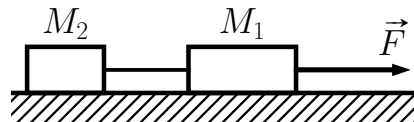


◇ **9.2.3** Три груза с известными массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ , связанные между собой с помощью двух невесомых и нерастяжимых нитей, движутся в горизонтальном направлении по гладкому столу под действием силы  $F$ , приложенной к первому грузу. Определить ускорение грузов.



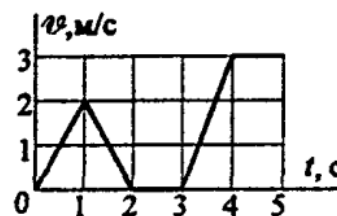
с собой с помощью двух невесомых и нерастяжимых нитей, движутся в горизонтальном направлении по гладкому столу под действием

◇ **9.2.4** [ЕГЭ] Два груза, связанные нерастяжимой и невесомой нитью, движутся по гладкой горизонтальной поверхности под действием постоянной горизонтальной силы  $F$ , приложенной к грузу  $M_1 = 2$  кг (см. рисунок). Нить обрывается при значении силы натяжения нити 4 Н, при этом модуль силы  $F$  равен 12 Н. Чему равна масса второго груза  $M_2$ ?



**9.2.5** Тело массой  $m$  находится на полу лифта, имеющего ускорение  $a$ . Найти вес тела. Рассмотреть два случая.

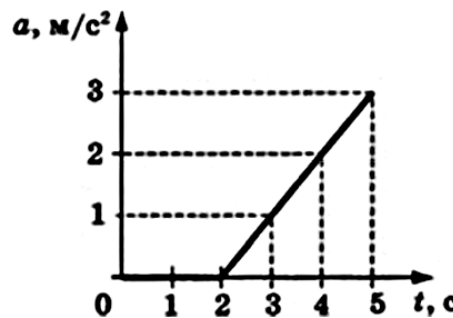
◇ **9.2.6** [Б-2.1] На рисунке дан график зависимости скорости тела массой 4 кг от времени для прямолинейного движения. На каком временном интервале модуль силы, действующий на тело, равен 12 Н?



**9.2.7** [М-1.2.1] Воздушный шар опускается с ускорением  $a$ , направленным вниз. Какой массы  $m_1$  балласт надо сбросить, чтобы шар начал двигаться с тем же по модулю ускорением, направленным вверх? Начальная масса шара с балластом равна  $m$ . Сопротивлением воздуха движению шара пренебречь.

**9.2.8** Шар, масса оболочки которого равна 60 кг, парит на некоторой высоте в воздухе. Плотность воздуха на этой высоте равна  $900$  г/м<sup>3</sup>, а плотность газа, заполняющего шар, равна  $800$  г/м<sup>3</sup>. Найдите объем шара.

◇ **9.2.9** [ЕГЭ] К покоящемуся на шероховатой горизонтальной поверхности телу приложена нарастающая с течением времени горизонтальная сила тяги  $F = bt$ , где  $b$  — постоянная величина. На рисунке представлен график зависимости ускорения тела от времени действия силы. Определите коэффициент трения скольжения.



**9.2.10** [С-2.1.2] Шайба, скользящая по льду, остановилась через время  $t = 5$  с после удара о клюшку на расстоянии  $\ell = 20$  м от места удара. Масса шайбы  $m = 100$  г. Определите действовавшую на шайбу силу трения.

**9.2.11** [Б-2.2] Поезд, подъезжая к станции со скоростью  $v = 72$  км/ч, начинает равномерно тормозить. Каково наименьшее время торможения поезда до полной остановки, безопасное для спящих пассажиров (пассажиры не упадут с полок)? Коэффициент трения о полки  $k = 0,2$ .

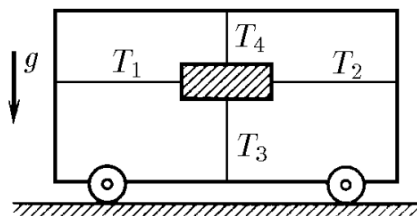
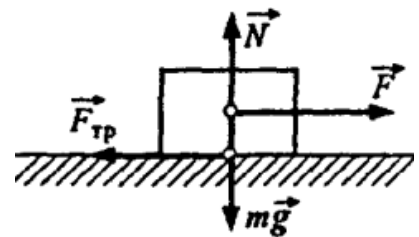
**9.2.12** [Бож-14.25] Снаряд массой  $m$  вылетает из пушки со скоростью  $v$ . Найти среднюю силу  $F$  давления пороховых газов, если внутри ствола снаряд движется равноускоренно в течение времени  $\tau$ .

**9.2.13** [М-1.2.2] Брусок массой  $m = 0,51$  кг, лежащий на горизонтальной плоскости, совершает прямолинейное равноускоренное движение под действием горизонтально направленной силы  $F = 5$  Н. Если увеличить массу бруска в  $\alpha = 2$  раза, то его ускорение под действием той же силы уменьшится в  $\beta = 3$  раза. Пользуясь этими данными, вычислить коэффициент трения  $\mu$  бруска о плоскость. Считать, что сила трения скольжения не зависит от скорости.

**9.2.14** [М-1.2.3] Автомобиль трогается с места с ускорением  $a_1 = 2$  м/с<sup>2</sup>. При скорости  $V = 50$  км/ч ускорение автомобиля стало равным  $a_2 = 1$  м/с<sup>2</sup>. С какой установившейся скоростью  $V_0$  будет двигаться автомобиль, если сила сопротивления пропорциональна скорости? Силу тяги двигателя при движении автомобиля считать постоянной.

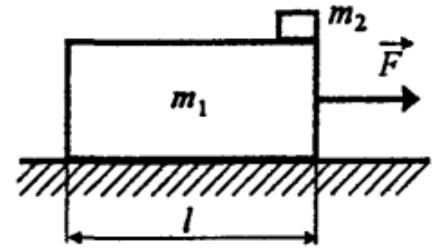
**9.2.15** [Б-2.4]  $n$  одинаковых грузов, связанных между собой невесомыми и нерастяжимыми нитями, движутся по гладкому горизонтальному столу под действием силы  $F$ , приложенной к первому грузу. Определить силу натяжения нити между  $k$  и  $k + 1$  грузами ( $k < n - 1$ ).

◇ **9.2.16** [Б-2.8] На горизонтальной плоскости расположен брусок (см. рисунок). Коэффициент трения между бруском и плоскостью  $\mu$ . Построить график зависимости силы трения от внешней приложенной силы:  $F_{\text{тр}}(F)$ .



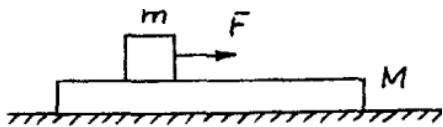
◇ **9.2.17** [С-2.1.4] Четырьмя натянутыми нитями груз закреплен на тележке. Сила натяжения горизонтальных нитей соответственно  $T_1$  и  $T_2$ , а вертикальных —  $T_3$  и  $T_4$ . С каким ускорением тележка движется по горизонтальной плоскости?

◇ **9.2.18** [Б-2.11] Брусок массой  $m_1$  лежит на гладкой горизонтальной плоскости, по которой он может двигаться без трения. На бруске лежит тело массой  $m_2$ . Коэффициент трения между телом и бруском равен  $\mu$ . При каком значении силы  $F_{\min}$ , приложенной к бруску в горизонтальном направлении, тело начнет скользить по бруску?



**9.2.19** Через сколько времени в задаче 9.2.18 тело упадет с бруска при действии на него силы  $F$  ( $F > F_{\min}$ )? Длина бруска равна  $\ell$ .

◇ **9.2.20** [М-1.2.15] Брусок массой  $M = 4$  кг находится на гладкой горизонтальной поверхности, по которой он может двигаться без трения. На бруске лежит кубик массой  $m = 1$  кг, к которому приложена горизонтальная сила  $F$ .



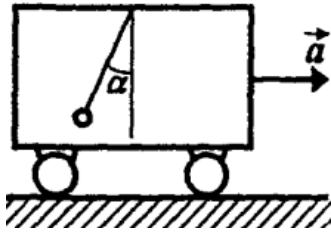
При каком минимальном значении  $F_{\min}$  этой силы кубик начнет скользить по бруску? Коэффициент трения между кубиком и бруском  $\mu = 0,5$ .

**9.2.21** На гладкой горизонтальной плоскости находится длинная доска массой  $M = 2$  кг. По доске скользит шайба массой  $m$ . Коэффициент трения между шайбой и доской  $\mu = 0,2$ . В начальный момент времени скорость шайбы  $v_0 = 2$  м/с, а доска покоится. В момент  $\tau = 0,8$  с шайба перестает скользить по доске. Чему равна масса шайбы  $m$ ?

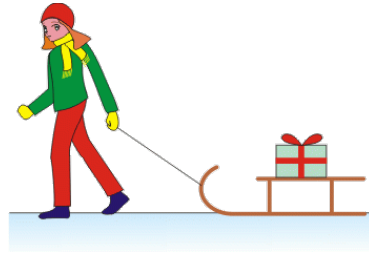
**9.2.22** По гладкой горизонтальной плоскости скользит длинная доска массой  $M = 2$  кг со скоростью  $v_0 = 2$  м/с. На доску аккуратно кладут шайбу массой  $m$ , которая из-за трения о доску начинает по ней скользить и спустя время  $\tau = 0,8$  с останавливается относительно доски. Коэффициент трения между шайбой и доской  $\mu = 0,2$ . Чему равна масса шайбы  $m$ ?

**9.2.23** По горизонтальному столу катится без трения тележка массой  $M$  со скоростью  $v_0$ . На горизонтальную поверхность тележки положили кирпич массой  $m$ , начальная скорость которого относительно стола была равна нулю. Кирпич прошел по тележке путь  $\ell$  и остановился относительно нее. Найдите коэффициент трения между кирпичом и тележкой.

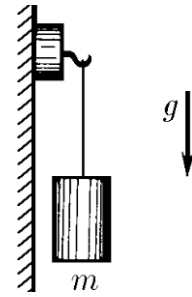
**9.2.24** [Б-2.5] К концу толстого массивного каната постоянного сечения, лежащего на гладкой горизонтальной плоскости, приложена сила  $F$ . Нарисуйте график изменения силы натяжения каната по его длине.



К задаче 9.2.27

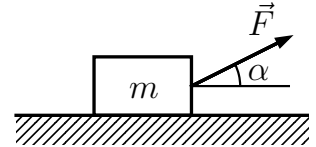


К задаче 9.2.28



К задаче 9.2.29

◇ **9.2.25** [Б-2.9] По горизонтальной поверхности скользит тело массой  $m$  под действием силы  $\vec{F}$ , направленной под углом  $\alpha$  к горизонту. Коэффициент трения между телом и поверхностью равен  $\mu$ . Определить силу трения, действующую на тело, и ускорение тела.



**9.2.26** [Б-2.6] Два груза массой  $m_1 = 20$  кг и  $m_2 = 10$  кг связаны между собой тросом, масса которого равна 10 кг. Грузы движутся ускоренно вверх под действием вертикальной силы  $F$ , равной 600 Н и приложенной к верхнему грузу массой  $m_1$ . Найти натяжение в верхнем конце, в середине и нижнем конце троса.

◇ **9.2.27** [Б-2.7] Вагон движется в горизонтальном направлении с ускорением  $a$ . Определить угол отклонения от вертикали маятника, подвешенного к потолку вагона.

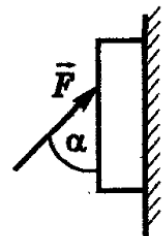
◇ **9.2.28** A girl pulls a loaded sledge with mass  $m = 20$  kg on some horizontal snowy pavement. The velocity of the sledge is constant. The coefficient of kinetic friction  $\mu$  between the runner and the pavement is 0,1 and the angle  $\varphi$  between the cord and the pavement is  $30^\circ$ . Find: The acceleration of the sledge; the magnitude of the tension force by which the girl affects the sledge; the magnitude of the normal force by which the sledge affects the pavement; the magnitude of the friction force that affects the sledge.

◇ **9.2.29** [С-2.1.17] Легкий магнит с крюком на вертикальной стальной плите остается неподвижным, пока подвешенный к нему груз не превосходит по массе  $m_0$ . Чему равна магнитная сила, если коэффициент трения магнита по стали равен  $\mu$ ? С каким ускорением скользит магнитная подвеска, если масса груза  $m > m_0$ ?

**9.2.30** В вагоне висит груз массой  $m$ , подвешенный к потолку на нити длиной  $\ell$ . Вагон начинает ускоряться по горизонтали с ускорением  $a$ . Опишите, как будет двигаться маятник

- (а) при отсутствии сил сопротивления;
- (б) при наличии сил сопротивления.
- (в) Найдите максимальный угол отклонения нити от вертикали.
- (г) Найдите установившийся угол отклонения нити от вертикали.
- (д) Вагон прекратил ускоряться. Как это скажется на движении маятника? Рассмотреть разные положения маятника в момент выключения ускорения.
- (е) Вагон резко приобрел противоположенное ускорение той же величины. Опишите поведение маятника. Рассмотреть разные положения маятника в момент переключения ускорения.
- (ё) Может ли маятник коснуться потолка вагона при постоянном горизонтальном ускорении вагона?
- (ж) Опишите поведение маятника, если ускорение равномерно растёт со временем.
- (з) Опишите поведение маятника, если вагон прицепили к горизонтальной пружине, отвели от положения равновесия и предоставили колебаться под действием силы упругости.
- (и) Как должно зависеть ускорение вагона от времени, чтобы маятник, отклонившись от вертикали на угол  $\alpha$ , перестал двигаться относительно вагона?
- (й) Как изменятся ответы на предыдущие пункты, если вагон ускоряется вверх вдоль плоскости, наклоненной на угол  $\beta$  к горизонту?
- (к) В какие моменты ускорение маятника максимально относительно вагона? Куда оно направлено?
- (л) В какие моменты ускорение маятника максимально относительно земли? Куда оно направлено?

◇ **9.2.31** [Б<sub>2</sub>-2.11] Какую силу  $F$  нужно приложить к бруску, прислоненному к вертикальной шероховатой стенке, чтобы он стал двигаться вдоль стенки: а) вверх с ускорением  $a$ ; б) вниз с ускорением  $a < g$ ? Масса бруска  $m$ , коэффициент трения между бруском и стенкой  $\mu$ . Сила  $F$  прикладывается под углом  $\alpha$  к вертикали (см. рисунок).

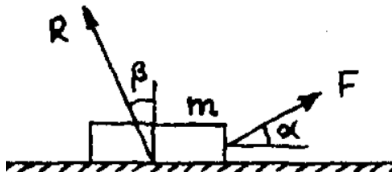


**9.2.32** [ЕГЭ] По горизонтальной дороге мальчик тянет сани массой 30 кг за веревку, направленную под углом  $60^\circ$  к плоскости дороги, с силой  $F = 100$  Н. Коэффициент трения  $\mu = 0,12$ . Определите ускорение саней. Каков путь, пройденный санями за 5 с, если в начальный момент их скорость была равна нулю?

**9.2.33** [С-2.1.6] Два тела массы  $m_1$  и  $m_2$  связаны нитью, выдерживающей силу натяжения  $T$ . К телам приложены силы  $F_1 = \alpha t$  и  $F_2 = 2\alpha t$ , где  $\alpha$  — постоянный коэффициент,  $t$  — время действия силы. Определите, в какой момент времени нить порвется.

**9.2.34** [Б-2.12] На горизонтальной плоскости лежит доска массой  $M = 2$  кг, на которой помещен груз массой  $m = 1$  кг. Горизонтальная сила  $F = 20$  Н приложена к грузу. Коэффициент трения между плоскостью и доской  $\mu_1 = 0,1$ , а между доской и грузом  $\mu_2 = 0,5$ . Найти ускорения обоих тел и необходимое условие для того, чтобы сдвинуть груз с доски.

◇ **9.2.35** [М-1.2.5] К телу массой  $m$  приложена сила  $F$ , под действием которой тело движется по горизонтальной поверхности равномерно. Определите



угол  $\beta$ , который составляет с вертикалью равнодействующая  $R$  сил, действующих на тело со стороны поверхности, если сила  $F$  составляет с горизонталью угол  $\alpha$ . Ускорение свободного падения  $g$ .

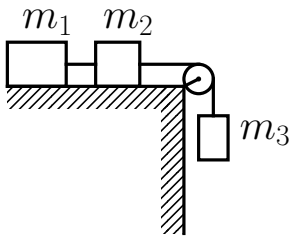
**9.2.36** [М-1.2.13] На материальную точку с массой  $m = 1$  кг, которая первоначально покоилась, в момент времени  $t = 0$  начинает действовать постоянная по величине сила  $F = 1$  Н. До момента времени  $t_1 = 5$  с сила сохраняет постоянное направление, а в момент  $t_1$  происходит поворот вектора силы на  $90^\circ$ , после чего направление силы не меняется. На какое расстояние  $S$  удалится материальная точка от своего начального положения к моменту времени  $t_2 = 2t_1$ , если на нее не действуют никакие другие силы?

**9.2.37\*** Какую силу  $F$  должен приложить человек массой  $m$ , чтобы сдвинуть с места ящик массы  $M$ ? Коэффициенты трения о пол человека и ящика равны  $k$ . Считать  $M > m$ .

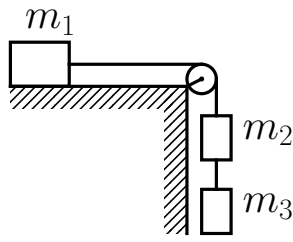
## Блоки

**9.2.38** [Б-2.13] Через вращающийся около горизонтальной оси блок перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой привязаны грузы массами  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ). Определить ускорение грузов, силу натяжения нити и силу давления блока на ось при движении грузов. Массой блока и трением в оси пренебречь.

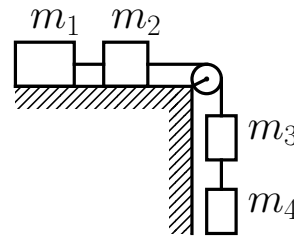
◇ **9.2.39** Изображенная на рисунке система, состоящая из идеального блока и грузов массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ , начинает движение из состояния покоя. Найти ускорение грузов. Трением грузов по столу и в блоке пренебречь.



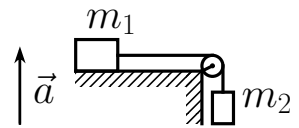
К задаче 9.2.39



К задаче 9.2.40



К задаче 9.2.41



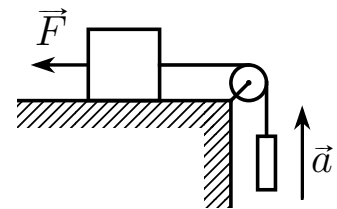
К задаче 9.2.42

◇ **9.2.40** Изображенная на рисунке система, состоящая из идеального блока и грузов массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ , начинает движение из состояния покоя. Найти ускорение грузов. Трением грузов по столу и в блоке пренебречь.

◇ **9.2.41** Изображенная на рисунке система, состоящая из идеального блока и грузов массами  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  и  $m_4$ , начинает движение из состояния покоя. Найти ускорение грузов. Трением грузов по столу и в блоке пренебречь.

◇ **9.2.42** Найти силу натяжения нити, если система грузов, изображенная на рисунке, находится в лифте, ускорение которого  $\vec{a}$  направлено вверх. Коэффициент трения между грузом  $m_1$  и опорой равен  $k$ .

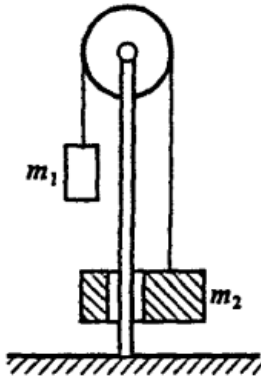
◇ **9.2.43** [ЕГЭ] Груз массой 1 кг, находящийся на столе, связан легкой нерастяжимой нитью, переброшенной через идеальный блок, с другим грузом. На первый груз действует горизонтальная постоянная сила  $F$ , равная по модулю 10 Н (см. рисунок). Второй груз движется из состояния покоя с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ , направленным вверх. Коэффициент трения скольжения первого груза по поверхности стола равен 0,2. Чему равна масса второго груза?



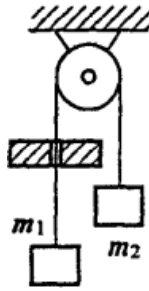
**9.2.44** Через вращающийся около горизонтальной оси блок перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой привязаны грузы массами  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ). За груз массой  $m_1$  тянут вниз так, что он движется с ускорением  $a$ . Найти силу давления блока на ось и силу натяжения нити.

**9.2.45** [Б-2.14] Через невесомый неподвижный блок переброшена невесомая нерастяжимая нить. К концам нити подвешены грузы одинаковой массы  $M$ . На один из грузов поставили перегруз массой  $m$ . Определить ускорение грузов  $a$ , силу натяжения нити  $T$ , силу давления  $P$  груза  $m$  на  $M$ , а также силу давления на ось блока  $R$ .

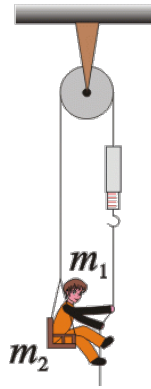




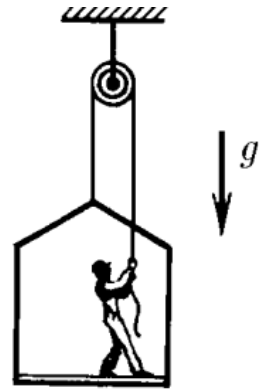
К задаче 9.2.46



К задаче 9.2.47



К задаче 9.2.48



К задаче 9.2.49

◇ **9.2.46** [Б-2.15] На штанге укреплен неподвижный невесомый блок, через который перекинута нить с двумя грузами массой  $m_1 = 500$  г и  $m_2 = 100$  г. В грузе  $m_2$  имеется отверстие, через которое проходит штанга. Сила трения груза  $m_2$  о штангу постоянна и равна  $F_{\text{тр}} = 3$  Н. Найти ускорение  $a$  грузов и силу натяжения  $T$  нити.

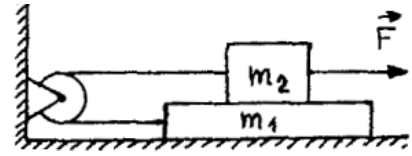
◇ **9.2.47** [Б-2.16] Невесомая нерастяжимая нить, перекинутая через блок с неподвижной осью, пропущена через щель (см. рисунок). При движении нити на нее со стороны щели действует постоянная сила трения  $F$ . К концам нити подвешены грузы массой  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ). Определить ускорение  $a$  грузов и силы натяжения нити  $T_1$  и  $T_2$ .

◇ **9.2.48** A metal seat with mass  $m_2 = 32$  kg hangs from one end of a rope that passes over a frictionless pulley attached to the ceiling (see image). A spring scale hangs from the other end of the rope. A boy with mass  $m_1 = 64$  kg sitting on the hung seat is pulling the spring scale which shows the force of 600 N. Find the acceleration of the boy and seat. Does the acceleration point downwards or upwards under given conditions? Find the force that the boy exerts on the seat. Consider both the pulley and the rope to be massless.

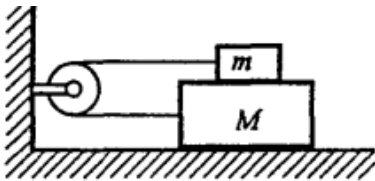
◇ **9.2.49** [С-2.1.12] Маляр работает в подвесной люльке (см. рисунок). Ему понадобилось срочно подняться вверх. Он принимается тянуть за веревку с такой силой, что сила его давления на пол люльки уменьшилась до 400 Н. Масса люльки 12 кг, масса маляра 72 кг. Чему равно ускорение люльки?

**9.2.50** [Б-2.17] Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массой  $m_1$  и  $m_2$ . Кабина начинает подниматься с ускорением  $a_0$ . Пренебрегая массой блока и нити, а также трением, найти ускорение груза  $m_1$  относительно кабины и силу, с которой блок действует на потолок кабины.

◇ **9.2.51** [М-1.2.14] На горизонтальном столе лежит брусок массой  $m_1 = 2$  кг, на котором помещен второй брусок массой  $m_2 = 1$  кг. Оба бруска соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, ось которого неподвижна. Какую силу  $F$  надо приложить к верхнему бруску в горизонтальном направлении, чтобы он начал двигаться с ускорением  $a = 4,9$  м/с<sup>2</sup>? Коэффициент трения между брусками  $\mu = 0,5$ . Трением нижнего бруска о стол, трением в блоке и его массой пренебречь.

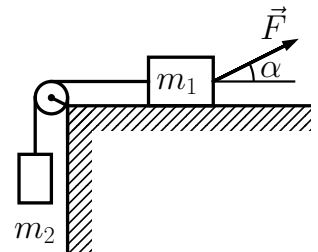


◇ **9.2.52** [Б-2.18] На гладком горизонтальном столе лежит брусок массой  $M = 2$  кг, на нем находится брусок массой  $m = 1$  кг. Оба бруска соединены легкой нитью, перекинутой через невесомый блок. Какую силу  $F$  нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он начал двигаться от блока с постоянным ускорением  $a = g/2$ ? Коэффициент трения между брусками  $\mu = 0,5$ . Трением между нижним бруском и столом пренебречь.

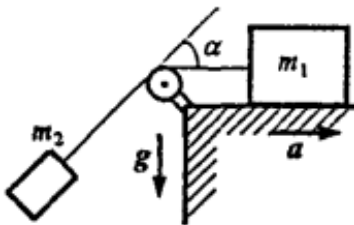


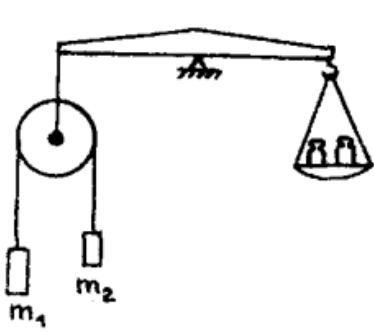
**9.2.53** [М-1.2.17] Два шарика с массами  $m_1 = 600$  г и  $m_2 = 400$  г подвешены на легкой нерастяжимой нити, перекинутой через блок. В начальный момент времени блок заторможен, а расстояние между шариками по вертикали  $\ell = 49$  см, причем более тяжелый шарик расположен выше. Через какое время  $\tau$  шарика окажутся на одной горизонтали, если системе позволить двигаться? Блок невесом. Трением пренебречь.

◇ **9.2.54** [Б-2.19] Определить ускорение тел в системе. Коэффициент трения между телом и плоскостью  $\mu = 0,1$ . Массой блока и нити пренебречь. Нить нерастяжима. Масса грузов  $m_1 = 1,5$  кг,  $m_2 = 0,5$  кг. Сила  $\vec{F}$  направлена под углом  $30^\circ$  к горизонту, а ее модуль равен 10 Н.

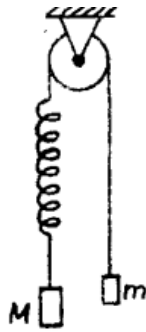


◇ **9.2.55** [Б-2.20] Груз массой  $m_1$  находится на столе, который движется горизонтально с ускорением  $a$ . К грузу присоединена нить, перекинутая через блок. К другому концу нити подвешен второй груз массой  $m_2$ . Найти силу натяжения нити, если коэффициент трения груза массой  $m_1$  о стол равен  $\mu$ .





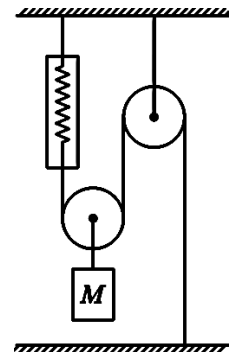
К задаче 9.2.56



К задаче 9.2.57



К задаче 9.2.58



К задаче 9.2.59

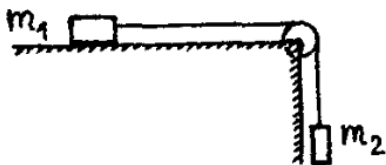
◇ **9.2.56** [М-1.2.18] На нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены два груза массами  $m_1 = 100$  г и  $m_2 = 50$  г. В заторможенном состоянии (когда грузы неподвижны) блок уравновешен на рычажных весах. На какую величину  $\Delta m$  нужно изменить массу гирь на правой чашке, чтобы при освобождении блока (когда грузы придут в движение) сохранить равновесие весов?

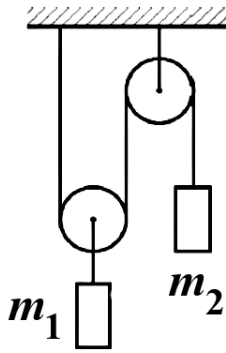
◇ **9.2.57** [М-1.2.19] К грузику массой  $M = 300$  г прикреплена пружина, другой конец которой привязан к нити, перекинутой через блок. На втором конце нити подвешен грузик массой  $m = 200$  г. Когда блок заторможен, длина пружины  $\ell = 15$  см. Какую длину  $\ell_1$  будет иметь пружина, если блок освободить? Считать, что колебания в системе не возникнут, т. е. грузики будут двигаться с постоянным ускорением. Длина недеформированной пружины  $\ell_0 = 10$  см. Массой пружины, нити и блока, а также трением в блоке пренебречь.

◇ **9.2.58** [М-1.2.20] Два одинаковых груза массой  $M = 1$  кг связаны между собой нитью, перекинутой через блок с неподвижной осью. На один из грузов кладут перегрузок массой  $m = 0,1$  г. С какой силой  $F$  будет давить перегрузок на груз  $M$ ? Массой блока и нити, а также трением в оси блока пренебречь, нить считать нерастяжимой. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

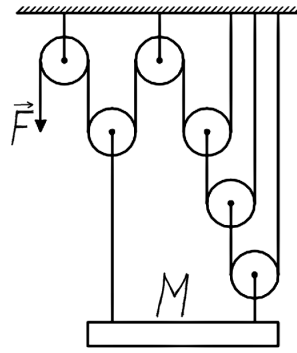
◇ **9.2.59** Груз массы  $M = 600$  г подвешен к подвижному блоку. Система, изображенная на рисунке, находится в состоянии покоя. Что показывает динамометр, прикрепленный как показано на рисунке, одним концом к потолку, а вторым к подвижному блоку? Все нити и блоки невесомы, трением в блоках пренебречь.

◇ **9.2.60** [М-1.2.21] На горизонтальном столе находится брусок массы  $m_1 = 0,1$  кг, к которому привязана нерастяжимая нить. Вторым концом нити перекинут через блок и прикреплен к грузу массы  $m_2 = 0,2$  кг. Коэффициент трения между бруском и столом  $\mu = 0,5$ . Пренебрегая массой блока, определить силу  $F$ , с которой нить действует на блок.

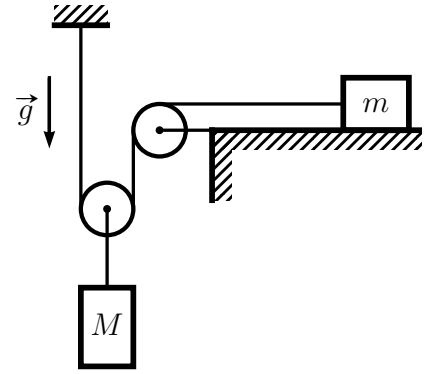




К задаче 9.2.61



К задаче 9.2.62

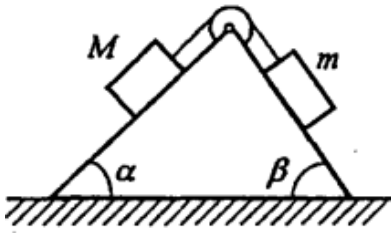


К задаче 9.2.63

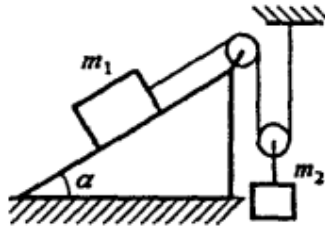
◇ **9.2.61** Система, состоящая из подвижного и неподвижного блоков и двух грузов, показанная на рисунке, находится в равновесии. Масса левого груза  $m_1 = 3$  кг, масса каждого из блоков равна  $m = 1$  кг, массой нитей можно пренебречь. Найти массу второго груза  $m_2$ .

◇ **9.2.62** Для удержания тяжелого груза используется система из шести блоков и нескольких тросов, прикрепленных к потолку так, как показано на рисунке. С какой силой  $F$  надо тянуть вниз за конец троса, свисающего с левого блока, чтобы удерживать груз массой  $M = 500$  кг в равновесии? Участки тросов, не лежащие на блоках, вертикальны; весом блоков и тросов, а также трением можно пренебречь. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

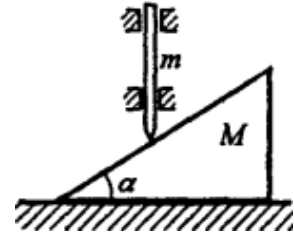
◇ **9.2.63** [ЕГЭ] В системе, изображенной на рисунке, масса груза, лежащего на шероховатой горизонтальной плоскости, равна  $m = 3$  кг. При подвешивании к оси подвижного блока груза массой  $M = 2$  кг он движется вниз с ускорением  $a = 1$  м/с<sup>2</sup>. Чему равен коэффициент трения  $\mu$  между грузом массой  $m$  и плоскостью? Нити невесомы и нерастяжимы, блоки невесомы, трение в осях блоков и о воздух отсутствует.



К задаче 9.2.67



К задаче 9.2.68

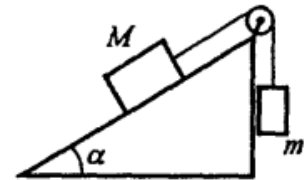


К задаче 9.2.69

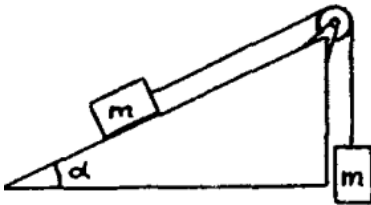
## Наклонная плоскость

**9.2.64** [Б-2.21] С плоскости, наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту, соскальзывает без трения тело массой  $m$ . Найти ускорение тела  $a$  и силу давления  $N$  на наклонную плоскость.

◇ **9.2.65** [Б-2.23] Определить модуль ускорения грузов, силу натяжения нити, силу давления груза  $M$  на наклонную плоскость. Масса грузов  $M$  и  $m$ , угол при основании наклонной плоскости  $\alpha$ , нити невесомы и нерастяжимы, блок невесом. Трения нет.



◇ **9.2.66** [М-1.2.22] Два одинаковых бруска массой  $m = 0,1$  кг каждый соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, установленный на наклонной плоскости. Плоскость образует с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Пренебрегая трением в системе, найти силу  $F$ , которая действует со стороны нити на блок. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Массой блока пренебречь.



◇ **9.2.67** [Б-2.26] Определить модуль ускорения грузов, силу натяжения нити и силы давления грузов на наклонные плоскости. Масса грузов  $M$  и  $m$ , углы при основании плоскости —  $\alpha$  и  $\beta$ . Нити невесомы и нерастяжимы, блок невесом. Трения нет.

◇ **9.2.68** [Б-2.24] Определить ускорение каждого из тел в системе. Нити нерастяжимы. Массой блоков и нитей пренебречь. Трения нет. Масса грузов  $m_1 = 0,1$  кг,  $m_2 = 0,6$  кг. Угол  $\alpha = 30^\circ$ .

◇ **9.2.69** [Б-2.25] Между двумя неподвижными муфтами может без трения перемещаться вниз и вверх стержень, масса которого  $m$ . Стержень нижним концом касается гладкой поверхности клина массой  $M$ . Клиן лежит на гладком горизонтальном столе. Определить ускорения клина и стержня.

**9.2.70** [Б-2.22] Доска массой  $M$  может двигаться без трения по наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  к горизонту. В каком направлении и с каким ускорением должна бежать по доске собака массой  $m$ , чтобы доска не соскальзывала с наклонной плоскости?

**9.2.71** [Б-2.28] Гладкий клин массой  $M$  может скользить без трения по горизонтальной плоскости. На его грань, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом, положили гладкий брусок массой  $m$ . Определить ускорение клина  $a$ .

**9.2.72** [Б-2.29] На наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом, положили тело массой  $m$ . Коэффициент трения между телом и плоскостью равен  $\mu$ . Исследовать зависимость ускорения тела и силы трения от угла наклона плоскости  $\alpha$ .

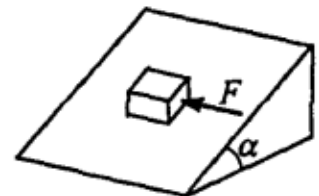
**9.2.73** [Б-2.30] Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Найдите коэффициент трения между телом и плоскостью, если время подъема тела оказалось в 2 раза меньше времени спуска.

**9.2.74** [Б-2.31] На какое максимальное расстояние  $S$  по плоскости с углом наклона  $\alpha$  к горизонту сможет подняться тело, имеющее начальную скорость  $v_0$ ? Определить время подъема  $\tau_1$  и спуска  $\tau_2$  тела. Коэффициент трения между плоскостью и телом  $\mu$ .

**9.2.75** [С-2.1.22] Через какое время скорость тела, которому сообщили вверх по наклонной плоскости скорость  $v$ , снова будет равна  $v$ ? Коэффициент трения  $\mu$ , угол между плоскостью и горизонтом  $\alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha > \mu$ .

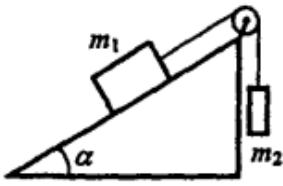
**9.2.76** [Б-2.32] С каким максимальным ускорением может двигаться полноприводный автомобиль по склону, если коэффициент трения колес об асфальт  $\mu$ , а угол наклона склона  $\alpha$ ?

◇ **9.2.77** [Б-2.34] Небольшой кубик массой  $m$  покоится на шероховатой плоскости, наклоненной к горизонту под углом  $\alpha$ . Коэффициент трения кубика о плоскость  $\mu$  ( $\mu > \operatorname{tg} \alpha$ ). Определить минимальную горизонтальную силу  $F$ , параллельную наклонной плоскости, с которой нужно толкать кубик, чтобы он начал двигаться.

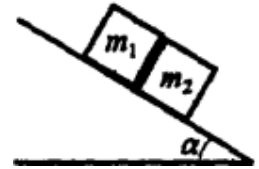


**9.2.78** [Б-2.33] Колесо массой  $m$  скатывается с постоянной скоростью с наклонной плоскости. Определить значение и направление силы реакции  $\vec{R}$  плоскости.

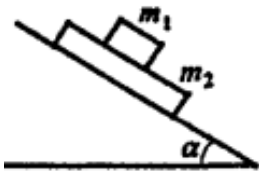
- ◇ 9.2.79 [Б-2.35] Определить, при каком соотношении масс грузов  $m_2/m_1$  груз будет покоиться, подниматься вверх и опускаться вниз по наклонной плоскости. Коэффициент трения между грузом  $m_1$  и наклонной плоскостью  $\mu$ , плоскость составляет с горизонтом угол  $\alpha$ .



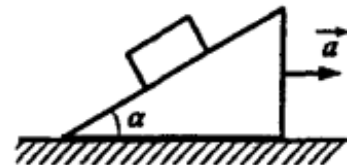
- ◇ 9.2.80 [Б-2.36] Два бруска с одинаковой массой  $m = 0,2$  кг лежат на плоскости с углом наклона  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту. Коэффициент трения верхнего бруска о плоскость  $\mu_1 = 0,01$ , нижнего  $\mu_2 = 1$ . Определить силу взаимодействия брусков при их совместном соскальзывании с наклонной плоскости.



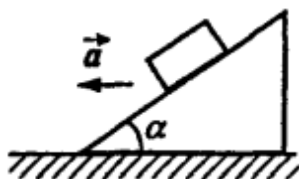
- ◇ 9.2.81 [Б-2.37] На плоскость с углом наклона к горизонту  $\alpha = 30^\circ$  помещена плоская плита массой  $m_2 = 10$  кг, а на нее — брусок массой  $m_1 = 5$  кг. Коэффициент трения между бруском и плитой  $\mu_1 = 0,15$ , а между плитой и плоскостью  $\mu_2 = 0,3$ . Определить ускорение обоих тел. При каком коэффициенте трения  $\mu_2$  плита не будет двигаться?



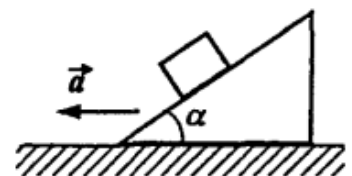
- ◇ 9.2.82 [Б-2.38] На плоскости с углом наклона  $\alpha$  неподвижно лежит кубик, причем коэффициент трения между кубиком и плоскостью  $\mu > \operatorname{tg} \alpha$ . Наклонная плоскость движется с ускорением  $a$  в горизонтальном направлении. При каком минимальном значении этого ускорения кубик начнет соскальзывать?



- ◇ 9.2.83 [Б-2.39] При каком значении ускорения  $a$  груз, лежащий на поверхности клина с углом наклона  $\alpha$ , начнет подниматься по нему? Коэффициент трения между грузом и клином  $\mu$ .



- ◇ 9.2.84 [Б-2.27] Клин с углом наклона  $\alpha$  при основании движется в горизонтальном направлении с ускорением  $a$ . С каким ускорением  $a_1$  относительно наклонной плоскости будет двигаться груз массой  $m$ , помещенный на нее? Трением пренебречь. Найти силу давления  $N$  груза на наклонную плоскость.



- 9.2.85 Наклонная плоскость с углом при основании  $60^\circ$  движется вертикально вверх с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ . Брусок массой  $2$  кг удерживается силами трения на наклонной плоскости. Определить модуль силы нормального давления бруска на наклонную плоскость.

**9.2.86** [М-1.2.4] Начальный участок трассы скоростного спуска, расположенный вниз по склону горы с углом наклона  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту, горнолыжник прошел, не отталкиваясь палками. Какую максимальную скорость  $V_{\max}$  мог развить спортсмен на этом участке, если его масса  $m = 70$  кг? Коэффициент трения лыж о снег  $\mu = 0,1$ , сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости:  $F = \beta V^2$ , где постоянный коэффициент  $\beta = 0,9$  кг/м.

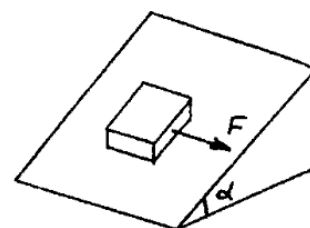
**9.2.87** [М-1.2.6] По наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 15^\circ$  тело движется вниз равномерно. С каким ускорением  $a$  будет двигаться это тело, если угол наклона плоскости увеличить до величины  $\beta = 30^\circ$ ? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**9.2.88** [М-1.2.7] За какое время  $\tau$  тело соскользнет с высоты  $h$  по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha$ , если по плоскости, наклоненной к горизонту по углом  $\beta$ , это тело движется равномерно? Коэффициент трения в обоих случаях один и тот же. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**9.2.89** [М-1.2.8] Санки можно удержать на горке с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$  минимальной силой  $F = 60$  Н, направленной вдоль горки. Предоставленные самим себе, они скатываются с ускорением  $a = 3,9$  м/с<sup>2</sup>. Какую минимальную силу  $F_1$ , направленную вдоль горки, нужно приложить к санкам, чтобы тянуть их в горку с постоянной скоростью? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

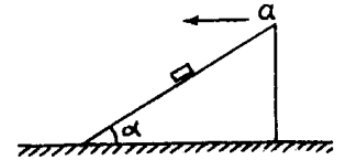
**9.2.90** [М-1.2.9] Брусок массой  $m$  находится на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha$ . Определить величину силы  $R$ , с которой брусок действует на плоскость, если коэффициент трения между ними  $\mu$ , а ускорение свободного падения  $g$ .

◇ **9.2.91** [М-1.2.10] Тело массой  $m = 1$  кг покоится на шероховатой поверхности, составляющей с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha = 30^\circ$ . С какой минимальной силой  $F$ , направленной горизонтально вдоль линии пересечения плоскостей, нужно подействовать на тело, чтобы сдвинуть его с места? Коэффициент трения тела о плоскость  $\mu = 0,7$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



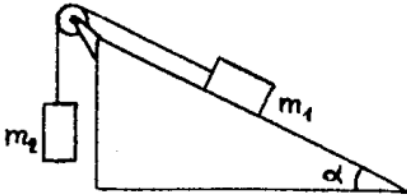


◇ **9.2.92** [М-1.2.12] Наклонная плоскость, образующая с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ , движется с ускорением  $a$ , направленным влево, как показано на рисунке. При каких значениях  $a$  тело, находящееся на наклонной плоскости, будет скользить вверх вдоль нее? Коэффициент трения между телом и плоскостью  $\mu = 0,3$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

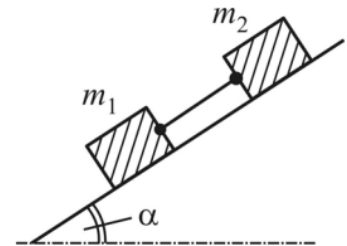


**9.2.93** [С-2.1.21] Ленточный подъемник образует угол  $\alpha$  с горизонтом. С каким максимальным ускорением может подниматься ящик на таком подъемнике, если коэффициент трения равен  $\mu$ ? Лента не прогибается.

◇ **9.2.94** [М-1.2.11] Два тела массами  $m_1 = 0,4 \text{ кг}$  и  $m_2 = 0,1 \text{ кг}$  соединены невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок. Ось блока укреплена на неподвижной наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . При каком минимальном значении коэффициента трения  $\mu$  тела  $m_1$  и  $m_2$  будут находиться в покое? Трением в оси блока пренебречь.



◇ **9.2.95** Два бруска массами  $m_1 = 1 \text{ кг}$  и  $m_2 = 2 \text{ кг}$ , соединенные нитью, поместили на наклонную плоскость (см. рисунок). Определить силу натяжения нити при установившемся ускорении, если первоначально бруски покоились. Коэффициенты трения между брусками и плоскостью  $\mu_1$  и  $\mu_2$  соответственно. Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ .

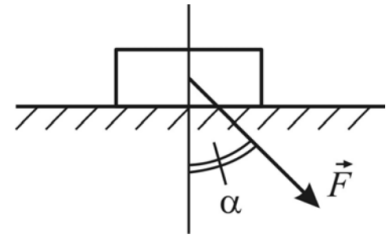


- Найдите силу натяжения нити, если  $\mu_1 = 0,1$ ,  $\mu_2 = 0,2$ .
- Найдите силу натяжения нити, если  $\mu_1 = 0,2$ ,  $\mu_2 = 0,1$ .
- Найдите силу натяжения нити, если  $\mu_1 = 0,5$ ,  $\mu_2 = 0,7$ .

**9.2.96** Вертолет движется горизонтально прямолинейно с постоянной скоростью. Изобразите схематически, какую форму примет длинный однородный гибкий канат, спущенный с вертолета, для перечисленных случаев.

- Соппротивление воздуха, действующее на канат, пренебрежимо мало.
- Соппротивлением воздуха пренебречь нельзя.
- На конце каната закреплена тяжелая гиря (соппротивления воздуха нет).
- На конце каната закреплена тяжелая гиря (соппротивление есть).
- На конце каната закреплён парашют (соппротивление есть).
- Вертолет начал двигаться с постоянным ускорением, сонаправленным со скоростью (соппротивления нет, к концу каната ничего не привязано).
- Вертолет начал двигаться с постоянным ускорением, сонаправленным со скоростью (соппротивление есть, к концу каната ничего не привязано).

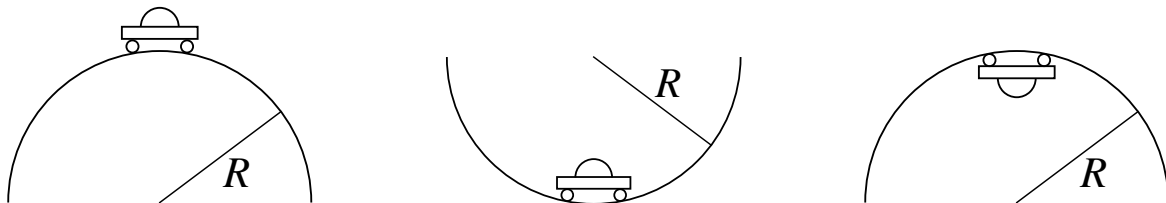
◇ **9.2.97\*** На неподвижный брусок, помещенный на горизонтальную поверхность, действовали с силой  $F$  (см. рисунок). При каких значениях угла  $\alpha$  между силой  $F$  и вертикалью брусок будет оставаться неподвижным независимо от величины прикладываемой силы? Коэффициент трения между бруском и поверхностью  $\mu$  задан.



**9.2.98\*** [с-2.1.26] По деревянным сходам, образующим угол  $\alpha$  с горизонтом, втаскивают за привязанную к нему веревку ящик. Коэффициент трения ящика о сходни  $\mu$ . Под каким углом к горизонту следует тянуть веревку, чтобы с наименьшим усилием втащить ящик?

## Динамика вращательного движения

◇ **9.2.99** Автомобиль массой  $m$  движется с постоянной по модулю скоростью  $v$  по участку дороги, имеющему форму окружности радиуса  $R$  (см. рисунок). Найти силу давления автомобиля на дорогу в точке, лежащей на вертикальном диаметре (три случая).



**9.2.100** Автомобиль массы  $m$  проезжает со скоростью  $v$  по выпуклому мосту. Радиус кривизны моста равен  $R$ . Найдите силу давления автомобиля на мост в тот момент, когда радиус, направленный на него из центра кривизны моста, составляет угол  $\alpha$  с вертикалью.

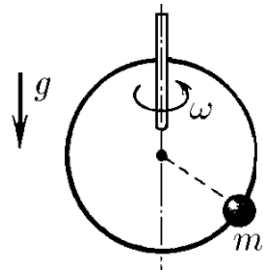
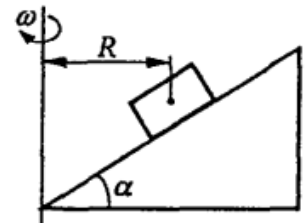
**9.2.101** Тело массой  $m = 1$  кг, брошенное под углом к горизонту, имеет в верхней точке траектории полное ускорение  $12 \text{ м/с}^2$ . Определить силу сопротивления воздуха в этой точке.

**9.2.102** [Б-2.46] Какова должна быть наименьшая скорость мотоцикла, для того чтобы он мог ехать по внутренней поверхности кругового цилиндра радиусом  $R$  по горизонтальной окружности? Коэффициент трения скольжения между шинами мотоцикла и поверхностью цилиндра равен  $k$ .

**9.2.103** [Б-2.45] На вращающемся горизонтальном столике на расстоянии  $R = 50$  см от оси вращения лежит груз весом  $P = 10$  Н. Коэффициент трения между грузом и поверхностью стола  $\mu = 0,25$ . Какова сила трения, удерживающая груз, если скорость вращения столика  $n = 12$  об/мин? При какой угловой скорости  $\omega_{\max}$  груз начнет скользить по столику?

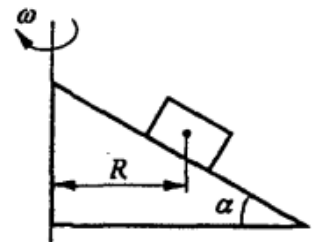
**9.2.104** [Б-2.48] Во сколько раз увеличится максимально допустимая скорость движения велосипедиста по наклонному треку с углом наклона  $\alpha$  по сравнению с максимальной скоростью движения по горизонтальному треку при одинаковых радиусах кривизны траектории и коэффициентах трения  $\mu$ ?

◇ **9.2.105** [Б-2.47] Плоскость с углом наклона  $\alpha$  к горизонту вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси. На наклонной плоскости лежит груз. Определить расстояние  $R$  между осью вращения и центром масс груза. Трением пренебречь.



◇ **9.2.106** [С-2.1.57] На гладкое проволочное кольцо радиуса  $R$ , расположенное вертикально, надета маленькая бусинка. Кольцо вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси, проходящей по диаметру кольца. Где находится бусинка?

◇ **9.2.107** [Б-2.49] Плоскость с углом наклона  $\alpha$  к горизонту вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси. На наклонной плоскости на расстоянии  $R$  от оси вращения лежит груз. При каком минимальном коэффициенте трения он не будет скользить по плоскости?



**9.2.108** [Б-2.50] Полусферическая чаша радиусом  $R = 1$  м вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega = 4,4 \text{ с}^{-1}$ . В чаше лежит шарик, вращающийся вместе с ней. В каком месте чаши он находится? Место определить углом.

**9.2.109** [Б-2.51] Чаша в форме полусферы радиусом  $R = 0,8$  м вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси. Вместе с чашей вращается шарик, лежащий на ее внутренней поверхности. Расстояние от шарика до нижней точки чаши равно ее радиусу. Определить угловую скорость вращения чаши.

**9.2.110** [Б-2.53] Тело массой  $m = 1$  кг вращается в вертикальной плоскости на нити длиной  $\ell = 1$  м. Ось вращения расположена над полом на высоте  $H = 2$  м. При прохождении нижнего положения нить обрывается и тело падает на пол на расстоянии  $L = 4$  м по горизонтали от точки обрыва. Определить силу натяжения нити в момент ее обрыва.

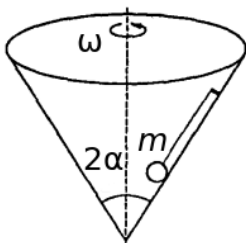
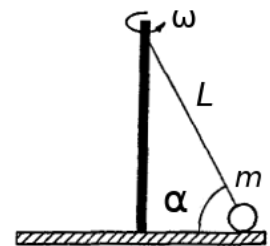
**9.2.111** [Б-2.55] Тело, подвешенное на нити длиной  $\ell$ , вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса (конический маятник). Угловая скорость вращения равна  $\omega$ . Определить угол, который образует нить с осью вращения.

**9.2.112** [Б-2.56] Тяжелый шарик, подвешенный на нити  $\ell = 1$  м, описывает окружность в горизонтальной плоскости (конический маятник). Найти период обращения шарика, если маятник находится в лифте, движущемся вниз с постоянным ускорением  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>. Нить составляет с вертикалью угол  $\alpha = 60^\circ$ .

**9.2.113** [Б-2.57] Шарик массой  $m$ , подвешенный на нити длиной  $\ell$ , приведен во вращательное движение в горизонтальной плоскости. Какова должна быть прочность нити  $F$ , чтобы радиус  $R$  окружности, по которой движется шарик, стал равным  $2\ell/\sqrt{5}$ ?

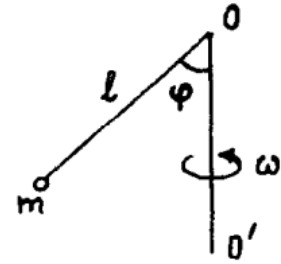
**9.2.114** [Б-2.58] Стержень длиной  $\ell = 1$  м закреплен жестко под углом  $\varphi = 30^\circ$  на вертикальной оси и вращается вместе с осью с угловой скоростью  $\omega = 10$  с<sup>-1</sup>. К нижнему концу стержня прикреплен шарик массой  $m = 1$  кг. Найти силу, с которой стержень действует на шарик.

◇ **9.2.115** [Б-2.59] Круглая платформа вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$ . На платформе находится шарик массы  $m$ , прикрепленный к оси нитью. Угол наклона нити равен  $\alpha$ , длина нити равна  $L$ . Определить натяжение нити в момент отрыва шарика от платформы.



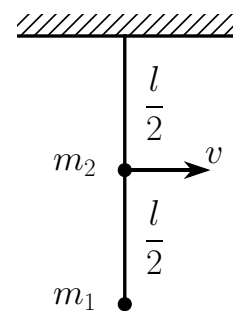
◇ **9.2.116** [Б-2.60] Конус с углом раствора  $2\alpha$  вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$ . В конусе находится шарик массы  $m$ , прикрепленный с помощью нити к боковой поверхности конуса и вращающийся вместе с ним по окружности радиуса  $R$ . Найдите натяжение нити.

◇ **9.2.117** [м-1.2.31] Металлический стержень, изогнутый под углом  $\varphi = 45^\circ$  как показано на рисунке, вращается с угловой скоростью  $\omega = 6$  рад/с вокруг вертикальной оси  $OO'$ . К концу стержня прикреплен груз массой  $m = 0,1$  кг на расстоянии  $\ell = 0,1$  м от точки  $O$ . Определить модуль силы  $F$ , с которой стержень действует на груз. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



**9.2.118** [с-2.1.59] Груз массы  $m$ , прикрепленный пружиной жесткости  $k$  к оси, движется вокруг этой оси по окружности радиуса  $R$  с угловой скоростью  $\omega$ . Какова длина недеформированной пружины?

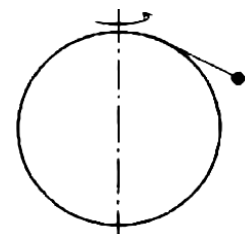
◇ **9.2.119** [ЕГЭ] Грузики с точечными массами  $m_1 = 0,25$  кг и  $m_2 = 0,5$  кг прикреплены к невесомому стержню длиной  $\ell = 1$  м (см. рисунок). Стержень может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку его крепления к потолку. Грузик  $m_2$  в нижней точке траектории имеет скорость  $v = 2$  м/с. Определите силу, с которой стержень действует на грузик  $m_1$  в этот момент времени.

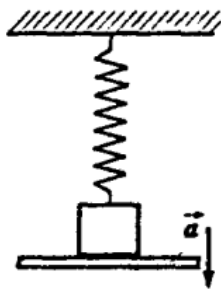


**9.2.120** [Б-2.61] Груз массой  $m$  лежит на горизонтальном плоском столе, вращающемся с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси, к которой он прикреплен с помощью невесомой пружины жесткостью  $k$ . Длина пружины в недеформированном состоянии равна  $\ell_0$ . Коэффициент трения между столом и грузом  $\mu$ . Определить, на каком расстоянии может находиться груз от оси вращения.

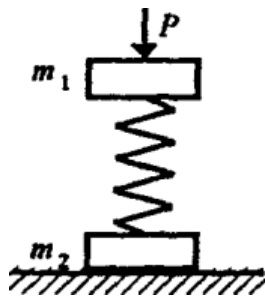
**9.2.121** [м-1.2.23] Маленький шарик массы  $m = 100$  г подвешен на длинной нити к потолку вагона, который равномерно движется по криволинейному участку пути со скоростью  $V = 72$  км/ч. С какой силой  $T$  натянута нить, если радиус закругления участка пути  $R = 200$  м?

◇ **9.2.122\*** [ч-1.33] Шар вращается с частотой  $\nu = 0,7$  с<sup>-1</sup> вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. К верхней точке шара прикреплена нить с небольшим телом. Длина нити равна четверти длины окружности большого круга шара. С поверхностью шара соприкасается  $2/3$  длины нити. Найти радиус шара.

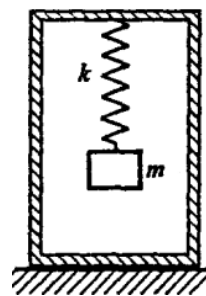




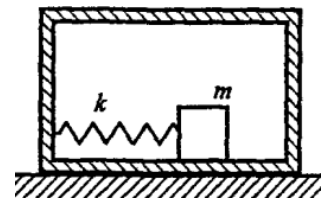
К задаче 9.2.126



К задаче 9.2.127



К задаче 9.2.128



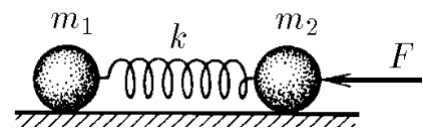
К задаче 9.2.129

## Движение тел под действием сил упругости

**9.2.123** Найти эквивалентную жесткость двух пружин жесткостью  $k_1$  и  $k_2$ , соединенных последовательно.

**9.2.124** Найти эквивалентную жесткость двух пружин жесткостью  $k_1$  и  $k_2$ , соединенных параллельно.

◇ **9.2.125** [с-2.1.14] Тела массы  $m_1$  и  $m_2$  соединены пружиной жесткости  $k$ . На тело массы  $m_2$  действует постоянная сила  $F$ , направленная вдоль пружины к телу массы  $m_1$ . Найдите, на сколько сжата пружина, если никаких других внешних сил нет, а колебания уже прекратились. Каким будет ускорение тел сразу же после прекращения действия силы  $F$ ?



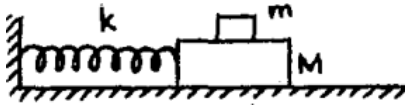
◇ **9.2.126** [Б-2.41] На подставке лежит тело, подвешенное к потолку с помощью пружины. В начальный момент пружина не деформирована. Подставку начинают опускать вниз с ускорением  $a$ . Через какое время тело оторвется от подставки? Коэффициент жесткости пружины  $k$ , масса тела  $m$ .

◇ **9.2.127** [Б-2.42] Два груза массой  $m_1$  и  $m_2$ , связанные пружиной, стоят на горизонтальном столе. Какую минимальную силу нужно приложить к верхнему грузу, чтобы после снятия ее нижний груз оторвался от поверхности стола?

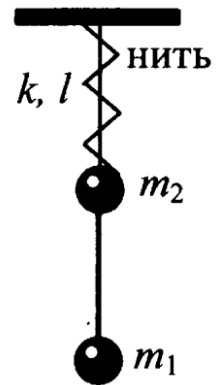
◇ **9.2.128** [Б-2.43] Коробка массой  $M$  стоит на горизонтальном столе. В коробке на пружине с жесткостью  $k$  подвешен груз. При какой амплитуде  $A$  колебаний груза  $m$  коробка начнет подпрыгивать на столе?

◇ **9.2.129** [Б-2.44] Коробка массой  $M$  стоит на горизонтальном столе. Коэффициент трения между столом и коробкой равен  $\mu$ . Внутри коробки лежит груз массой  $m$ , который может без трения двигаться по дну коробки. Он прикреплен к стенке коробки пружиной с жесткостью  $k$ . При какой амплитуде колебаний груза коробка начнет двигаться по столу?

◇ **9.2.130** [М-1.2.16] На гладком столе помещен брусок массой  $M = 1$  кг, на котором лежит коробок массой  $m = 50$  г. Брусок прикреплен к одному из концов невесомой пружины, другой конец которой заделан в неподвижную стенку. Брусок отводят от положения равновесия перпендикулярно стенке на расстояние  $\Delta\ell$  и отпускают без начальной скорости. При каком значении  $\Delta\ell$  коробок начнет скользить по бруску? Коэффициент трения коробка о брусок  $\mu = 0,2$ , жесткость пружины  $k = 500$  Н/м. Трением бруска о стол пренебречь.



◇ **9.2.131** [ЕГЭ] Материальные точки массами  $m_1 = 100$  г и  $m_2 = 200$  г прикреплены к невесомому стержню как показано на рисунке. К точке  $m_2$  прикреплена невесомая пружина жесткостью  $k = 30$  Н/м, верхний конец которой закреплён. Длина пружины в недеформированном состоянии  $\ell_0 = 20$  см. В начальный момент концы пружины связаны нитью длиной  $\ell = 10$  см. Определите силу реакции стержня, действующую на массу  $m_2$  сразу после пережигания нити.



## Закон всемирного тяготения

**9.2.132** Какая сила является парной по третьему закону Ньютона к силе тяжести  $mg$ , действующей на тело массой  $m$ ?

**9.2.133** Почему камень, брошенный под углом к горизонту, летит по параболе, а спутник — по окружности (эллипсу)?

**9.2.134** Известно, что при свободном падении с пренебрежимо малым сопротивлением воздуха все тела на Земле падают с одинаковым ускорением  $\vec{g}$ . Объясните физический смысл этого явления. Почему так происходит? Ведь более массивные тела сильнее притягиваются Землей.

**9.2.135** [С-2.1.52] Ускорение звезд, входящих в состав двойной звезды,  $a_1$  и  $a_2$ . Какова масса второй звезды, если масса первой  $m_1$ ?

**9.2.136** Вывести формулу для первой космической скорости.

**9.2.137** [Б-2.62] Оцените массу Земли, считая известными следующие данные: гравитационная постоянная  $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$  Н  $\cdot$  м<sup>2</sup>/кг<sup>2</sup>, радиус Земли  $R_3 = 6400$  км.

**9.2.138** Найти вес тела массой  $m$  на экваторе и на северном полюсе Земли. Звездные сутки равны  $T$ , радиус Земли  $R$ . Землю считать однородным шаром.

**9.2.139** [Б-2.63] На какой высоте над поверхностью Земли (в долях радиуса Земли  $R_3$ ) ускорение свободного падения составляет 25% от ускорения свободного падения на поверхности Земли?

**9.2.140** [ЕГЭ] Масса Марса составляет 0,1 от массы Земли, диаметр Марса вдвое меньше диаметра Земли. Чему равно отношение периодов обращения искусственных спутников Марса и Земли  $T_M/T_3$ , движущихся по круговым орбитам на небольшой высоте?

**9.2.141** [Ч-1.60] Радиус Марса  $R_0 = 3400$  км. Спутник Фобос обращается вокруг него по орбите радиуса  $R = 9400$  км с периодом  $T = 7$  ч 39 мин. Найти по этим данным первую космическую скорость для Марса.

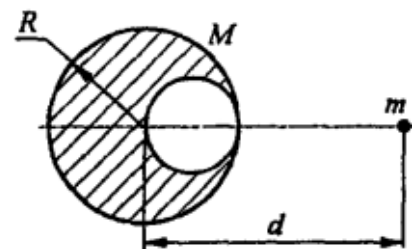
**9.2.142** [Б-2.65] Спутник движется по низкой круговой орбите вокруг Земли ( $R_{\text{орб}} \approx R_3 \approx 6400$  км). Определить скорость движения спутника (первую космическую скорость) и период обращения.

**9.2.143** [Б-2.66] Спутник движется по орбите, высота которой равна радиусу Земли. Определить скорость движения и период обращения спутника.

**9.2.144** [Б-2.67] Определить радиус круговой орбиты искусственного спутника Земли, который «висел» бы над одной и той же точкой поверхности Земли (период обращения равен периоду обращения Земли вокруг своей оси). Продолжительность суток  $T = 86\,164$  с.

**9.2.145** [ЕГЭ] Известно, что один оборот вокруг своей оси Венера совершает примерно за 243 земных суток, а масса Венеры составляет 0,82 от массы Земли. На орбиту какого радиуса надо вывести спутник Венеры, чтобы он все время «висел» над одной и той же точкой ее поверхности? Известно, что спутники Земли, «висящие» над одной и той же точкой поверхности, летают по орбите радиусом  $R_3 = 42\,000$  км.

◇ **9.2.146** [Б-2.64] В свинцовом шаре радиусом  $R$  и массой  $M$  сделана сферическая полость радиусом  $R/2$ , поверхность которой касается поверхности шара. Определить, с какой силой этот шар будет притягивать маленький шарик массой  $m$ , находящийся на расстоянии  $d$  от центра свинцового шара на прямой, соединяющей центры шаров и сферической полости (см. рисунок).





**9.2.147** [Б-2.68] Какой должна быть продолжительность суток на Земле, чтобы тела на экваторе были невесомы? Радиус Земли 6400 км.

**9.2.148** [Ч-1.31] Максимальная высота подъема тела, брошенного вертикально вверх с некоторой скоростью на Земле, оказалась равна 10 м. Найти максимальную высоту подъема тела, брошенного вертикально вверх с той же скоростью на Луне. Радиус и масса Земли больше радиуса и массы Луны в 3,8 и 81 раз соответственно.

**9.2.149** [Б-2.71] Масса двух звезд равна  $m_1$  и  $m_2$ , расстояние между ними  $\ell$ . Найти период обращения этих звезд по круговым орбитам вокруг их общего центра масс.

**9.2.150** [М-1.2.24] Две звезды одинаковой массой  $M$  движутся по окружности радиусом  $R$ , располагаясь на противоположных концах диаметра окружности. Пренебрегая влиянием всех других небесных тел, определить период  $T$  обращения звезд. Гравитационная постоянная  $G$ .

**9.2.151** [М-1.2.25] Вокруг планеты, имеющей форму шара радиуса  $r$ , по круговой орбите движется спутник. Определить радиус орбиты спутника  $R$ , считая известными ускорение свободного падения у поверхности планеты  $g$  и период обращения спутника  $T$ .

**9.2.152** [М-1.2.26] Спутник движется по круговой орбите, радиус которой составляет  $n$  радиусов планеты. Какова плотность вещества планеты  $\rho$ , если период обращения спутника  $T$ ? Планету считать однородным шаром. Гравитационная постоянная  $G$ .

**9.2.153** [М-1.2.27] Вес тела на экваторе составляет  $\eta = 97\%$  от веса этого же тела на полюсе. Найти период вращения планеты вокруг своей оси  $T$ , если плотность вещества планеты  $\rho = 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , гравитационная постоянная  $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$ . Планету считать однородным шаром.

**9.2.154** [М-1.2.28] Известно, что сила тяжести, действующая на тело на высоте  $h$  над поверхностью планеты на полюсе, равна весу этого же тела на поверхности планеты на экваторе. Найти период  $T$  вращения планеты вокруг оси, если радиус планеты  $R$ , а ускорение свободного падения у поверхности на полюсе  $g$ . Планету считать однородным шаром.

## Законы Кеплера

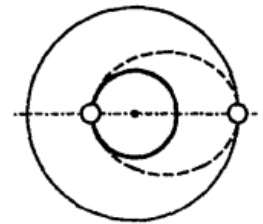
**9.2.155** Вокруг одной звезды вращаются две планеты по круговым орбитам. Известны большие полуоси орбит планет  $a_1$  и  $a_2$ . Найти отношение линейных скоростей этих планет  $v_1/v_2$ .

**9.2.156** Вокруг одной звезды вращаются две планеты по круговым орбитам. Известны периоды обращения планет вокруг звезды  $T_1$  и  $T_2$ . Найти отношение линейных скоростей этих планет  $v_1/v_2$ .

**9.2.157** Сколько времени Земля будет падать на Солнце, если ее движение по орбите внезапно прекратится? Большая полуось земной орбиты равна  $a$ , масса Солнца равна  $M$ .

**9.2.158** [Б-2.69] Определить период обращения спутника по эллиптической орбите, апогей которой (максимальное удаление от центра Земли) равен утроенному радиусу Земли  $R_a = 3R_3$ , а перигей (минимальное удаление от центра Земли)  $R_\pi = R_3$ . Найти отношение скоростей в апогее и перигее. Для решения задачи применить законы Кеплера.

◇ **9.2.159** [Б-2.70] Спутник движется по круговой орбите радиусом  $R = 3R_3$ , где  $R_3 = 6400$  км — радиус Земли. В результате кратковременного действия тормозного устройства скорость спутника уменьшилась так, что он начинает двигаться по эллиптической орбите, касающейся поверхности Земли. Через какое время после этого спутник приземлится?



**9.2.160** Тело с поверхности однородной планеты радиусом  $R$  и массой  $M$  выстреливают под углом  $\alpha$  к горизонту с первой космической скоростью для данной планеты. Считайте, что планета лишена атмосферы и не вращается. Найдите:

1. Максимальную высоту подъема тела над поверхностью планеты.
2. Эксцентриситет орбиты.
3. Дальность полета (длину дуги на поверхности планеты, соединяющей точки выстрела и падения).
4. Время движения тела.

Известно, что при движении в гравитационном поле по эллипсу с большой полуосью  $a$  орбитальная скорость спутника в произвольной точке траектории, удаленной от центра тяготения на расстояние  $r$ , имеет следующий вид:

$$v = \sqrt{GM \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

# Импульс

## Определения

1. Импульс.
2. Импульс силы.
3. Второй закон Ньютона в импульсной форме.
4. Закон сохранения импульса.
5. Условия применимости ЗСИ.
6. Центр масс системы материальных точек.
7. Центр тяжести.

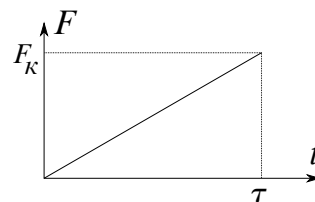
## Основное уравнение динамики

**9.3.1** [Б-3.1] Материальная точка массой  $m$  движется с постоянной угловой скоростью  $\omega$  по окружности радиусом  $R$ . Определить изменение импульса точки за четверть периода.

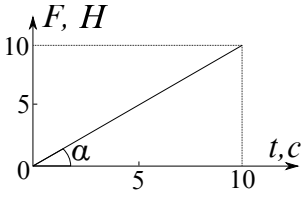
**9.3.2** [Б-3.2] Тело массой  $m$  бросили под углом к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти приращение импульса тела за первые  $\tau$  секунд движения.

**9.3.3** [Б-3.3] Тело, имеющее начальную скорость  $v_0$ , движется прямолинейно по шероховатой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между телом и поверхностью  $\mu$ . Через какое время  $\tau$  тело остановится?

◇ **9.3.4** [Б-3.4] К телу массой  $m$ , движущемуся по гладкой горизонтальной поверхности, приложена по направлению его движения сила, изменяющаяся по линейному закону. Определить конечную скорость тела  $v_k$ , если начальная скорость  $v_0$ . Значения параметров  $F_k$  и  $\tau$  на рисунке считать известными.



◇ **9.3.5** [Б-3.5] Автомобиль массой  $m = 2 \cdot 10^3$  кг движется со скоростью  $v = 90$  км/ч. В момент времени  $t = 0$  на него начинает действовать тормозящая сила  $F$ , которая нарастает по линейному закону (см. рисунок). Через какое время автомобиль остановится?



**9.3.6** [Б-3.6] Тело массой 1 кг начинает движение из состояния покоя под действием постоянной силы, равной 10 Н. Каков будет импульс тела, когда оно пройдет путь, равный 5 м?

**9.3.7** [Б-3.7] Тело массой 1 кг брошено под углом к горизонту. За время полета его импульс изменился на  $p = 10$  кг · м/с. Определить наибольшую высоту подъема тела.

**9.3.8** [Б-3.8] Металлический шарик, падая с высоты  $h_1 = 1$  м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту  $h_2 = 0,81$  м. Во сколько раз уменьшается импульс шарика при ударе?

**9.3.9** [Б-3.9] Две частицы массами  $m_1$  и  $m_2$  двигались со скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  так, что направление движения второй частицы перпендикулярно к направлению движения первой. В течение некоторого времени на обе частицы действовали одинаковые по модулю и направлению силы. В результате действия этих сил первая частица стала двигаться со скоростью  $\vec{u}_1$ . Определить модуль скорости второй частицы  $|\vec{u}_2| = u_2$  для следующих соотношений масс и скоростей:

- а)  $m_1 = m_2 = m$ ;  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = |\vec{u}_1| = v$ ;  $\vec{u}_1 \perp \vec{v}_1$
- б)  $m_1 = m$ ;  $m_2 = 2m$ ;  $|\vec{v}_1| = |\vec{u}_1| = v$ ;  $|\vec{v}_2| = v/2$ ;  $\vec{u}_1 \perp \vec{v}_1$
- в)  $m_1 = m$ ;  $m_2 = 2m$ ;  $|\vec{v}_1| = v$ ;  $|\vec{v}_2| = |\vec{u}_1| = 2v$ ;  $\vec{u}_1 = -2\vec{v}_1$

**9.3.10** [Б-3.10] Какова средняя сила давления  $F$  на плечо при стрельбе из автомата, если масса пули  $m = 10$  г, а скорость пули при вылете из канала ствола  $v = 300$  м/с? Автомат делает  $n = 300$  выстрелов в минуту.

**9.3.11** [Б-3.11] Для проведения огневых испытаний жидкостной ракетный двигатель закрепили на стенде. С какой силой он действует на стенд, если скорость истечения продуктов сгорания из сопла  $v$ , а расход топлива за  $\tau$  секунд составил  $m$  кг?

**9.3.12** [Б-3.13] Тело массой  $m$ , имеющее начальную скорость  $v_0$ , попадает в вязкую среду, сила сопротивления движению тела которой пропорциональна его скорости:  $F = \alpha v$ , где  $\alpha$  — известный коэффициент. Определить путь, пройденный телом до остановки.

**9.3.13** [Б-3.14] Водометный катер движется с постоянной скоростью, забирая забортную воду и выбрасывая назад струю со скоростью  $u = 20$  м/с относительно катера. Площадь поперечного сечения струи  $S = 0,01$  м<sup>2</sup>. Найдите скорость катера, если действующая на него сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости:  $F = kv^2$ , причем  $k = 7,5$  Н · с<sup>2</sup>/м<sup>2</sup>.

**9.3.14** [Б-3.15] Один конец каната удерживают на высоте  $h$  от земли, второй его конец касается земли. В момент времени  $t = 0$  канат отпускают и он начинает свободно падать на землю. Получите аналитическую зависимость силы, с которой канат будет давить на землю, от времени. Масса единицы длины каната равна  $\rho$ .

**9.3.15** [Б-3.16] Два шарика, изготовленные из одного и того же материала, падают в облаке пыли. Во сколько раз отличаются установившиеся скорости падения шариков, если диаметр одного из них вдвое больше диаметра другого? Пыль не прилипает к шарикам, а масса их в процессе движения не изменяется.

**9.3.16** [Б-3.17] На поверхности воды находится в покое лодка. Человек, находящийся в ней, переходит с кормы на нос. Как будет двигаться лодка, если сила сопротивления движению пропорциональна скорости лодки?

**9.3.17** [Бож-22.24] Шарик массой  $m = 25$  г налетает на стену со скоростью  $v = 20$  м/с. Рассчитать изменение импульса  $\Delta p$  и среднюю силу  $F_{\text{ср}}$ , действующую на шарик за время соударения со стороны стены, для трех случаев: а) лобовой абсолютно упругий удар; б) лобовой абсолютно неупругий удар; в) абсолютно упругий удар; скорость перед ударом направлена под углом  $\alpha = 30^\circ$  к стене. Принять время соударения  $\tau = 0,01$  с во всех случаях.

## Закон сохранения импульса

**9.3.18** [Б-3.18] Пуля массой  $m = 9$  г попадает в неподвижный брусок, покоящийся на гладкой горизонтальной поверхности. Масса бруска  $M = 9$  кг, скорость пули  $v_0 = 500$  м/с направлена горизонтально. Пуля застревает в бруске. Определить скорость движения бруска после попадания в него пули.

**9.3.19** [Б-3.19] Пуля массой  $m = 12$  г, летящая горизонтально со скоростью  $v_0 = 700$  м/с, попадает в брусок, лежащий на гладком полу, и пробивает его насквозь. Масса бруска  $M = 5$  кг, скорость пули после вылета  $v = 280$  м/с. Определить скорость движения бруска.

**9.3.20** [Б-3.20] На тележку массой  $M = 20$  кг, движущуюся со скоростью  $6$  км/ч, сверху с высоты  $2$  м свободно падает груз массой  $m = 1$  кг. Определить скорость тележки после падения груза.

**9.3.21** Тележка массой  $M$  с лежащим на ней грузом массой  $m$  движется по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью  $v$ . После открытия люка груз выпадает из люка тележки. Найти установившуюся скорость тележки.

**9.3.22** Два пластилиновых шарика массами  $m_1$  и  $m_2$  движутся по горизонтальной поверхности друг другу навстречу вдоль одной прямой со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  соответственно. Определить скорость  $\vec{u}$  и направление движения шариков после абсолютно неупругого соударения. Трением о поверхность пренебречь.

**9.3.23** Папа, обучая девочку кататься на коньках, скользит с ней по льду со скоростью  $4$  м/с. В некоторый момент он аккуратно толкает девочку в направлении движения. Скорость девочки при этом возрастает до  $6$  м/с. Масса девочки  $20$  кг, а папы  $80$  кг. Какова скорость папы после толчка? Трение коньков о лед не учитывайте.

**9.3.24** [Б-3.21] Конькобежец массой  $M = 60$  кг, стоящий на льду, бросает под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту снежок массой  $m = 250$  г. Определить скорость конькобежца после броска, если скорость снежка  $v_0 = 30$  м/с.

**9.3.25** Снаряд массой  $m = 1$  кг вылетает из незакрепленного орудия массой  $M = 10^3$  кг, стоящего на гладкой горизонтальной поверхности. Сразу после вылета из ствола орудия скорость снаряда  $v_0 = 1000$  м/с направлена под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Найти скорость отката орудия.

**9.3.26** По гладкой горизонтальной поверхности движется тележка с песком общей массой  $M = 500$  кг со скоростью  $v_1 = 5$  м/с. В нее попадает снаряд массой  $m = 1$  кг и застревает в ней. Перед попаданием снаряд двигался сверху вниз навстречу тележке со скоростью  $v_2 = 1000$  м/с, направленной под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Найти установившуюся скорость тележки со снарядом  $u$ .

**9.3.27** [Б-3.23] Снаряд, который летел в горизонтальном направлении со скоростью  $v$ , разрывается на два осколка массами  $m_1$  и  $m_2$ . Скорость первого осколка равна  $v_1$  и направлена вертикально вверх. Определить модуль и направление скорости второго осколка.

**9.3.28** Снаряд, запущенный со скоростью  $v_0$  вертикально вверх, разорвался на три осколка в верхней точке своей траектории. Осколок массой  $m_1$  приобрел скорость  $v_1$ , направленную горизонтально. Осколок массой  $m_2$  приобрел скорость  $v_2$ , направленную вертикально вверх. Какую скорость приобрел осколок массой  $m_3$ ? Под каким углом  $\alpha$  к горизонту полетел этот осколок?

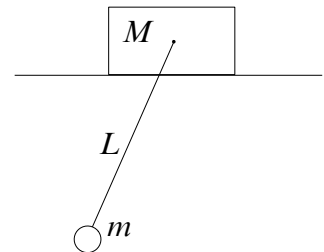
**9.3.29** [ЕГЭ] Снаряд, летящий со скоростью  $100$  м/с, разрывается на два осколка. Первый осколок летит под углом  $90^\circ$  к первоначальному направлению, а второй — под углом  $60^\circ$ . Какова масса снаряда до разрыва, если второй осколок массой  $1$  кг имеет скорость  $400$  м/с?

**9.3.30** [Ч-1.12] Неподвижный снаряд разорвался на четыре осколка. Осколки массами  $m_1 = 3$  кг,  $m_2 = 2$  кг,  $m_3 = 4$  кг полетели соответственно со скоростями  $v_1 = 200$  м/с вертикально вверх,  $v_2 = 150$  м/с горизонтально на север и  $v_3 = 100$  м/с горизонтально на восток. Под каким углом к горизонту полетел четвертый осколок?

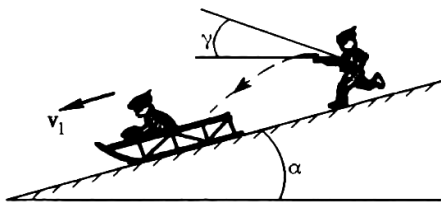
**9.3.31** Доска массы  $m_1$  скользит по поверхности льда со скоростью  $v_1$ . На доску с берега прыгает человек массы  $m_2$ . Скорость человека перпендикулярна скорости доски и равна  $v_2$ . Найти скорость доски с человеком и угол между установившимся направлением движения и первоначальным направлением движения доски. Трением между доской и льдом пренебречь.

**9.3.32** К стене прикреплен шланг с насадкой, изогнутой под прямым углом. Из шланга вытекает вода со скоростью  $v = 10$  м/с. Найдите горизонтальную составляющую силы, с которой шланг давит на стену. Площадь сечения шланга  $S = 10$  см<sup>2</sup>.

◇ **9.3.33** [Б-3.22] На гладкой горизонтальной плоскости лежит брусок массой  $M = 1$  кг. К бруску привязана нить длиной  $L = 1$  м, на конце которой закреплен шарик массой  $m = 1$  кг. В начальный момент нить была отклонена на некоторый угол и отпущена без начальной скорости. Найдите скорость бруска в момент, когда нить проходит через вертикальное положение, зная, что ее угловая скорость в этот момент равна  $\omega = 1$  рад/с.

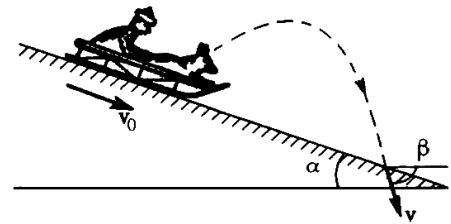


◇ **9.3.34** [ч-1.2] Мальчик массой  $m$  съезжает на санках массой  $M$  с постоянной скоростью  $v_1$  (см. рисунок) с горы, имеющей уклон  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 8/9$ ). Другой мальчик такой же массы  $t$  бежит за санками и запрыгивает в них,

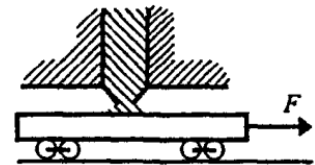


имея в начале прыжка скорость, направленную под углом  $\gamma$  ( $\cos \gamma = 7/9$ ) к горизонту. В результате этого санки с мальчиками движутся по горе со скоростью  $v_2$ . Найти скорость прыгнувшего мальчика в начале прыжка.

◇ **9.3.35** [ч-1.1] Сани с седоком и собакой общей массой  $M$  съезжают с постоянной скоростью  $v_0$  с горы (см. рисунок), имеющей уклон  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 6/7$ ). Собака массой  $t$  спрыгивает с саней по ходу их движения и приземляется, имея скорость  $v$ , направленную под углом  $\beta$  ( $\cos \beta = 3/7$ ) к горизонту. Сани после этого продолжают двигаться по горе вниз. Найти скорость саней с седоком после прыжка собаки.



◇ **9.3.36\*** [Б-3.12] Платформа массой  $M$  начинает двигаться вправо под действием постоянной силы  $F$ . Из неподвижного бункера на нее высыпается песок. Скорость погрузки постоянна и равна  $\mu$  кг/с. Пренебрегая трением, найти зависимость от времени ускорения  $a$  платформы в процессе погрузки. Определить ускорение  $a_1$  платформы в случае, если песок не насыпается на платформу, а из наполненной высыпается через отверстие в ее дне с постоянной скоростью  $\mu$  кг/с.



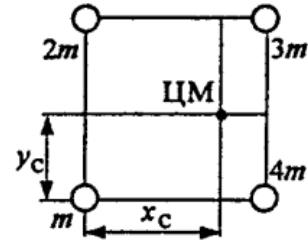
**9.3.37\*** Ствол незакрепленного орудия массой  $M$ , стоящего на гладкой горизонтальной поверхности, наклонен к горизонту на угол  $\alpha$ . На каком расстоянии  $S$  от места выстрела упадет снаряд массой  $t$ , если скорость отката орудия равна  $u$ ?

## Движение центра масс системы

**9.3.38** [Б-3.24] Десять шариков, массы которых соответственно равны 1 г, 2 г, ..., 10 г, укреплены на невесомом стержне длиной 90 см так, что расстояние между центрами двух соседних шариков равно 10 см. Найти положение центра масс системы.



◇ **9.3.39** [Б-3.25] Определите положение центра масс проволочного квадрата со сторонами  $a$ , в вершинах которого закреплены шарики массами  $m$ ,  $2m$ ,  $3m$  и  $4m$ .



**9.3.40** [Б-3.26] Две частицы массами  $m_1$  и  $m_2$  движутся со скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  так, что направление движения второй частицы перпендикулярно к направлению движения первой. Определите скорость  $v_c$  центра масс системы, состоящей из этих двух частиц, для следующих соотношений масс и скоростей:

- а)  $m_1 = m_2 = m$ ;  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$   
 б)  $m_1 = m$ ;  $m_2 = 2m$ ;  $|\vec{v}_1| = v$ ;  $|\vec{v}_2| = v/2$   
 в)  $m_1 = m$ ;  $m_2 = 2m$ ;  $|\vec{v}_1| = v$ ;  $|\vec{v}_2| = 2v$

Значения  $v$  считать известными.

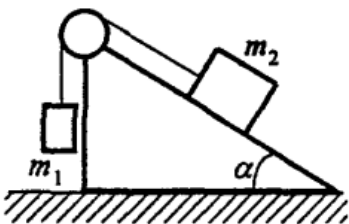
**9.3.41** [Б-3.27] Человек, находящийся в лодке, переходит с носа на корму. На какое расстояние  $S$  переместится лодка длиной  $L$ , если масса человека  $m$ , а масса лодки  $M$ ? Сопротивлением воды пренебречь.

**9.3.42** [Б-3.28] На дне маленькой запаянной пробирки, подвешенной над столом на нити, сидит муха, масса которой равна массе пробирки, а расстояние от дна до поверхности стола равно длине пробирки  $\ell$ . Нить пережигают, и за время падения пробирки муха перелетает со дна в верхний конец пробирки. Определить время, за которое пробирка достигнет стола.

**9.3.43** [Б-3.29] Два шарика, имеющих одинаковые массы и заряды и находящихся на одной вертикали на высотах  $h_1$  и  $h_2$ , бросили одновременно в одну сторону в горизонтальном направлении с одинаковыми скоростями  $v_0$ . Первый шарик коснулся земли на расстоянии  $\ell$  от вертикали бросания. На какой высоте  $h$  в этот момент будет второй шарик? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.3.44** [Б-3.30] На нити, перекинутой через блок, подвешены два груза неравной массы ( $m_2 > m_1$ ). Определить ускорение центра масс этой системы. Массой блока и нити пренебречь.

◇ **9.3.45** Клин с углом при основании  $\alpha$  может без трения перемещаться по гладкой горизонтальной поверхности. При каком соотношении масс  $m_1$  и  $m_2$  грузов, связанных нитью, перекинутой через блок, клин будет неподвижен и при каком соотношении масс клин начнет перемещаться вправо или влево? Коэффициент трения между грузом массой  $m_2$  и клином равен  $k$ .



# Работа, энергия, мощность

## Определения

1. Энергия.
2. Кинетическая и потенциальная энергия.
3. Потенциальная энергия вблизи поверхности Земли.
4. Потенциальная энергия упруго деформированного тела.
5. Работа силы.
6. Мощность.
7. КПД.

## Задачи

**9.4.1** [Б-4.1] Ящик массой 100 кг тянут с помощью веревки, наклоненной под углом  $\alpha = 80^\circ$  к горизонту. Коэффициент трения между ящиком и полом  $\mu = 0,5$ . Какую наименьшую работу нужно совершить, чтобы передвинуть ящик на расстояние  $S = 100$  м по прямой?

**9.4.2** [Б-4.2] Тело массой 1 кг движется прямолинейно из состояния покоя под действием постоянной силы. Какую работу должна совершить эта сила, чтобы скорость тела стала равной 10 м/с?

**9.4.3** [М-1.3.11] Два одинаковых груза нужно поднять на крышу дома. Один рабочий решил поднимать груз на веревке равномерно вертикально вверх, второй — тянуть груз равномерно вверх по трапу, угол наклона которого к горизонту  $\alpha = 60^\circ$ , а коэффициент трения между грузом и трапом  $\mu = 0,05$ . Во сколько раз  $\beta$  отличаются работы, совершенные при подъеме грузов на крышу обоими рабочими?

**9.4.4** [Б-4.4] Гибкий однородный канат длиной  $\ell$  лежит на гладком горизонтальном столе. В некоторый момент от небольшого толчка канат начал двигаться, непрерывно соскальзывая со стола. Какова будет скорость каната к моменту сползания со стола?

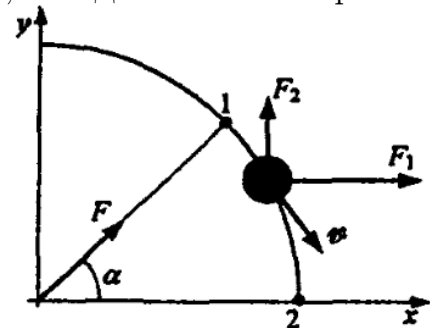
**9.4.5** [М-1.3.21] Человек массой  $M = 70$  кг, неподвижно стоявший на коньках, бросил вперед в горизонтальном направлении снежный ком массой  $m = 3,5$  кг. Какую работу  $A$  совершил человек при броске, если после броска он откатился назад на расстояние  $S = 0,2$  м? Коэффициент трения коньков о лед  $\mu = 0,01$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**9.4.6** [Б-4.3] Во сколько раз возрастает импульс тела при увеличении его кинетической энергии в два раза?

**9.4.7** [Б-4.5] Веревка длиной  $\ell = 20$  м переброшена через блок. В начальный момент времени веревка висит симметрично и покоится, а затем в результате незначительного толчка начинает двигаться по блоку. Будет ли движение веревки равноускоренным? Какова будет скорость веревки, когда она сойдет с блока? Массой блока пренебречь, радиус блока считать малым.

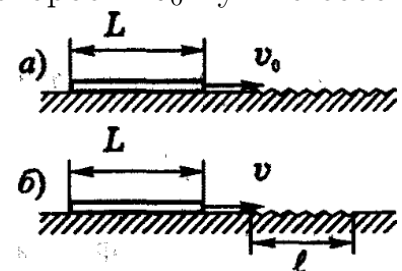
**9.4.8** [Б-4.6] Нить с подвешенным грузом отклонили на угол  $\alpha$  и отпустили. На какой угол  $\beta$  отклонится нить с грузом, если при своем движении она будет задержана горизонтальным стержнем, находящимся под точкой подвеса на середине длины нити?

◇ **9.4.9** [Б-4.7] Небольшая муфта массой  $m = 0,2$  кг движется в горизонтальной плоскости по гладкому проводу, изогнутому в виде дуги окружности радиуса  $R = 1$  м. В точке 1, где скорость муфты  $v_0 = 10$  м/с, на нее начали действовать две постоянные горизонтальные силы  $F_1 = 30$  Н, направленная вдоль оси  $OX$ , и  $F_2$ , направленная вдоль оси  $OY$ . Определите скорость муфты в точке 2, если  $\alpha = \pi/4$ .



**9.4.10** [Б-4.8] Телу, находившемуся на горизонтальной поверхности, сообщили скорость  $v_0$ . Какое расстояние пройдет тело до полной остановки, если коэффициент трения тела о поверхность равен  $\mu$ ?

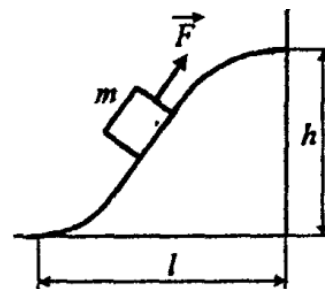
◇ **9.4.11\*** Доска длиной  $L$  движется с постоянной скоростью по гладкой горизонтальной поверхности. Какую минимальную скорость  $v_0$  нужно сообщить доске, чтобы она смогла полностью въехать на длинный участок шероховатой поверхности (рис. а)? Какой скоростью  $v$  должна обладать доска, чтобы преодолеть шероховатый участок длиной  $\ell$  (рис. б)? Коэффициент трения между доской и поверхностью на шероховатом участке  $\mu$ .



**9.4.12** [Б-4.9] Тело скользит по наклонной плоскости с высоты  $h$ . Плоскость наклонена под углом  $\alpha$  к горизонту. Коэффициент трения между телом и плоскостью равен  $\mu$ . Определить скорость тела в конце плоскости.

**9.4.13** [Б-4.10] Конькобежец, разогнавшись до скорости  $v_0$ , въезжает на ледяную гору. На какую высоту от начального уровня въедет конькобежец, если склон горы составляет угол  $\alpha$  с горизонтом и коэффициент трения коньков о лед равен  $\mu$ ?

◇ **9.4.14** [Б-4.11] Небольшое тело массой  $m$  медленно втащили на горку, действуя силой  $F$ , которая в каждой точке направлена по касательной к траектории. Найти работу этой силы, если высота горки  $h$ , длина ее основания  $l$  и коэффициент трения  $k$ .



**9.4.15** [Б-4.12] Трактор массой  $m = 10$  т, развивающий мощность  $W = 147,2$  кВт, поднимается в гору со скоростью  $v = 5$  м/с. Определить угол наклона горы. Сопротивлением пренебречь.

**9.4.16** [Б-4.13] Скатываясь под уклон  $\alpha = 6^\circ$ , автомобиль массой  $m = 10^3$  кг разгоняется при выключенном двигателе до максимальной скорости  $v = 72$  км/ч, после чего движение становится равномерным. Какую мощность развивает двигатель автомобиля при подъеме с такой же скоростью и по той же дороге вверх?

**9.4.17** [Б-4.14] Какую работу нужно совершить человеку массой  $m$ , чтобы за время  $t$  подняться по движущемуся вниз эскалатору метро? Высота подъема равна  $h$ , скорость эскалатора постоянна и равна  $v$ , угол наклона эскалатора к горизонту равен  $\alpha$ .

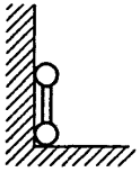
**9.4.18** [Б-4.15] Посадочный модуль зависает над поверхностью планеты с работающим двигателем. Определить мощность, развиваемую двигателем, если масса модуля  $m$ , ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты  $g$ , а скорость истечения продуктов сгорания из сопла двигателя  $v$ .

**9.4.19** [Б-4.16] Определить кинетическую энергию обруча массой  $m$ , катящегося без проскальзывания со скоростью  $v$ .

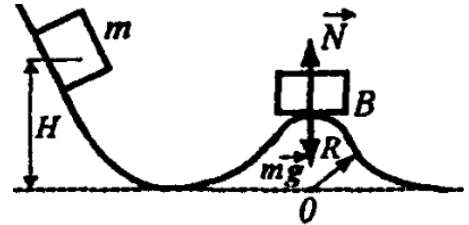
**9.4.20** [Б-4.17] По плоскости, наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту, катится без проскальзывания тонкий обруч. При каком значении коэффициента трения  $\mu$  груз, скользящий по наклонной плоскости, будет иметь скорость, равную скорости обруча? Массы груза и обруча одинаковы, начальные скорости равны нулю.

**9.4.21** [Б-4.18] Два груза массами  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ) соединены между собой невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Блок может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, а вся его масса  $M$  сосредоточена в ободе. Пренебрегая проскальзыванием нити по блоку, определить ускорение  $a$  грузов.

◇ **9.4.22** [Б-4.20] Гантелька длиной  $L$  стоит в углу, образованном гладкими плоскостями. Нижний шарик гантельки смещают горизонтально на очень маленькое расстояние, и гантелька начинает двигаться. Найти скорость нижнего шарика в тот момент, когда верхний шарик оторвется от вертикальной плоскости. Масса шариков одинакова.

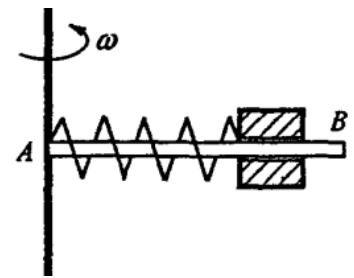


◇ **9.4.23** [Б-4.22] Тело массой  $m = 2$  кг соскальзывает с горки высотой  $H = 4,5$  м по наклонной поверхности, плавно переходящей в цилиндрическую поверхность радиусом  $R = 2$  м. Определить силу давления тела на цилиндрическую поверхность в верхней точке  $B$ , если модуль работы сил трения при движении тела до этой точки  $|A_{\text{тр}}| = 40$  Дж.



**9.4.24** [Б-4.23] Тело массой  $m = 0,2$  кг соскальзывает с высоты  $H = 8$  м по наклонной плоскости, плавно переходящей в вертикальную петлю радиусом  $R = 2$  м. Определить работу силы трения при движении тела до верхней точки петли, если давление тела на петлю в верхней точке  $N$  равно 2 Н.

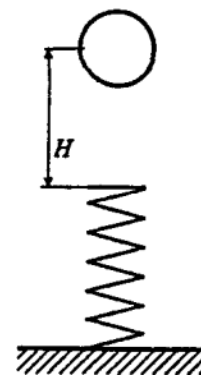
◇ **9.4.25** [Б-4.24] Гладкий легкий горизонтальный стержень  $AB$  может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец  $A$ . На стержне находится небольшое тело массой  $m$ , соединенное невесомой пружиной длиной  $\ell_0$  с концом  $A$ . Коэффициент жесткости пружины равен  $k$ . Какую работу надо совершить, чтобы эту систему медленно раскрутить до угловой скорости  $\omega$ ?



**9.4.26** [М-6.21] Система из двух шаров массами  $m_1 = 0,6$  кг и  $m_2 = 0,3$  кг, соединенных невесомой спицей длины  $\ell = 0,5$  м, вращается вокруг оси, проходящей через центр тяжести и перпендикулярной спице, с угловой скоростью  $\omega = 2$  рад/с. Найти энергию системы  $E$ .

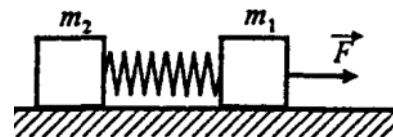
**9.4.27** [Б-4.26] Груз массой  $m = 10^3$  кг опускается с помощью лебедки с постоянной скоростью  $v = 4$  м/с. Какова будет максимальная сила натяжения троса при внезапной остановке лебедки, если жесткость троса  $k = 5 \cdot 10^5$  Н/м?

◇ **9.4.28** [Б-4.27] Легкая пружина жесткостью  $k$  стоит вертикально на столе (см. рисунок справа). С высоты  $H$  на нее падает небольшой шарик массой  $m$ . Какую максимальную скорость будет иметь шарик при своем движении вниз? Каково будет максимальное сжатие пружины?



**9.4.29** [Б-4.25] Прикрепленный к вертикальной пружине груз медленно опускают до положения равновесия, причем пружина растягивается на длину  $x_0$ . На сколько растянется пружина, если тому же грузу предоставить возможность падать свободно с такого положения, при котором пружина не растянута? Какой максимальной скорости достигнет при этом груз? Массой пружины пренебречь.

◇ **9.4.30** [Б-4.28] Два груза массами  $m_1$  и  $m_2$ , соединенные между собой пружиной, лежат на горизонтальном столе. Пружина в начальный момент не растянута. С какой минимальной силой  $F$  нужно потянуть первый груз, чтобы при этом второй сдвинулся с места? Коэффициент трения между столом и грузом  $\mu$ .



**9.4.31** [Б-4.29] Телу, находящемуся на поверхности Земли, сообщена вертикальная скорость  $6$  км/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти максимальную высоту его подъема. Радиус Земли  $R_3 = 6400$  км.

**9.4.32** [Б-4.30] Определить скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть силу притяжения Земли (вторую космическую скорость). Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух тел массами  $m$  и  $M$  на расстоянии  $r$  друг от друга рассчитывается как

$$W_p = -\frac{GMm}{r}.$$

**9.4.33** Пружина, прикрепленная к стене, толкает шарик массой  $m$ , сообщая ему скорость  $v$ . Найти величину запасенной энергии в пружине в системах отчета, движущихся со скоростями  $0, +\vec{v}, +2\vec{v}, -\vec{v}$  относительно поверхности.

**9.4.34** Брусок массы  $m$  с начальной скоростью  $+\vec{v}$  движется по горизонтальной поверхности и останавливается из-за действия сил трения.

1. Какое количество теплоты выделилось в ходе движения бруска?
2. Решить эту же задачу в системах отчета, движущихся со скоростями  $+\vec{v}, +2\vec{v}, -\vec{v}$  относительно поверхности.
3. Объяснить причину несовпадения ответов. Предложить точное решение.

**9.4.35** Тележка массой  $M$  стоит на горизонтальной поверхности, трение между тележкой и поверхностью отсутствует. На тележке лежит брусок массой  $m$ , которому придали начальную скорость  $V$ . Из-за сил трения брусок останавливается относительно тележки. Какое количество теплоты выделится к этому моменту?

# Законы сохранения

## Определения

1. Потенциальные силы.
2. Закон сохранения энергии.
3. Потенциальная энергия деформированной пружины.
4. Амплитуда колебаний.
5. Абсолютно упругий удар (столкновение).
6. Абсолютно неупругий удар (столкновение).
7. Центральный, лобовой, прямой удар (столкновение).

## Простейшие задачи на сохранение энергии

**9.5.1** Тело массой 400 г свободно падает с высоты 2 м. Найти кинетическую энергию тела в момент удара о землю.

**9.5.2** Найти потенциальную энергию тела массой 100 г, брошенного вертикально вверх со скоростью 10 м/с, в высшей точке подъема.

**9.5.3** Камень брошен вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 10$  м/с. На какой высоте  $h$  кинетическая энергия камня равна его потенциальной энергии?

**9.5.4** Каковы значения потенциальной и кинетической энергии стрелы массой 50 г, выпущенной из лука со скоростью 30 м/с вертикально вверх, через 2 с после начала движения?

**9.5.5** Тело массой 0,5 кг брошено вертикально вверх со скоростью 4 м/с. Найти работу силы тяжести, изменение потенциальной энергии и изменение кинетической энергии при подъеме тела до максимальной высоты.



**9.5.6** Тело брошено со скоростью  $v_0$  под углом к горизонту. Определить его скорость на высоте  $h$ .

**9.5.7** С какой начальной скоростью  $v_0$  надо бросить вниз мяч с высоты  $h$ , чтобы он подпрыгнул на высоту  $2h$ ? Считать удар о землю абсолютно упругим.

**9.5.8** Камень массой 2 кг бросают вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с. Какова начальная кинетическая энергия камня? Какова потенциальная энергия камня на максимальной высоте? Каково значение максимальной высоты подъема? Какова скорость камня на половине максимальной высоты?

**9.5.9** Стрела вылетает из арбалета вертикально вверх со скоростью 60 м/с. На какую высоту поднимется стрела, если ее масса равна 200 г? На какую высоту поднимется стрела вдвое большей массы? Потерями энергии пренебречь.

**9.5.10** Тележка на «американских горках» начинает движение без начальной скорости в наивысшей точке на высоте  $h = 20$  м над землей. Она резко опускается вниз до высоты  $h_1 = 2$  м и затем круто взмывает вверх до вершины следующей горы, которая расположена на высоте  $h_2 = 15$  м. Какова скорость тележки в желобе на высоте 2 м и на 15-метровой вершине, если потерями энергии на трение можно пренебречь?

**9.5.11** Пуля, вылетевшая из винтовки со скоростью 1000 м/с, упала на землю со скоростью 500 м/с. Какая работа была совершена силой сопротивления воздуха, если масса пули 10 г?

**9.5.12** Тело с начальной скоростью 14 м/с падает с высоты 240 м и углубляется в песок на 0,2 м. Определите среднюю силу сопротивления песка. Сопротивление воздуха не учитывать. Масса тела 1 кг.

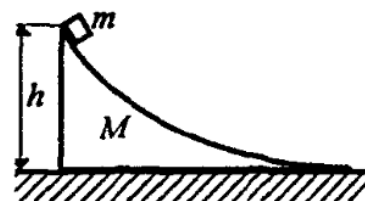
**9.5.13** [ЕГЭ] Деревянный брусок массой  $m_1 = 1$  кг покоится на гладкой горизонтальной поверхности. На него налетает пластилиновый шарик массой  $m_2 = 200$  г, скользящий по поверхности со скоростью 3 м/с. В результате тела слипаются и движутся поступательно как единое целое. Найдите скорость тел после соударения; кинетическую энергию деревянного бруска после соударения; суммарный импульс тел после удара; количество теплоты, выделившееся в результате соударения.

**9.5.14** Вагон массой  $m = 4 \cdot 10^4$  кг, движущийся со скоростью  $v = 2$  м/с, в конце запасного пути ударяется о пружинный амортизатор. На сколько он сожмет пружину амортизатора, жесткость которой  $k = 2,25 \cdot 10^6$  Н/м?

**9.5.15** Груз массой  $m$  осторожно прикрепляют к недеформированной пружине жесткостью  $k$ , подвешенной к потолку, и отпускают. Найти максимальную деформацию пружины при последующих колебаниях и максимальную скорость груза.

## Комбинированные задачи на законы сохранения

◇ **9.5.16** [Б-5.1] На гладком горизонтальном столе покоится «горка», угол наклона которой плавно изменяется от некоторого значения до нуля. С вершины «горки» соскальзывает без трения небольшое тело массой  $m$ . Какова будет скорость тела после соскальзывания, если высота «горки»  $h$ , а масса  $M$ ? Трением между горкой и столом пренебречь.



◇ **9.5.17** [Б-5.2] На пути тела, скользящего по гладкому горизонтальному столу, находится незакрепленная «горка» высотой  $H$ . При какой минимальной скорости тело сможет преодолеть горку? Тело движется не отрываясь от горки. Трения нет. Масса горки  $M$ , масса тела  $m$ .



◇ **9.5.18** На пути шайбы массой  $m$ , скользящей со скоростью  $v_0$  по гладкому горизонтальному столу, находится незакрепленная горка массой  $M$  и высотой  $H$  (см. рис. к задаче 5.17). Найти конечные скорости шайбы и горки. Шайба движется не отрываясь от горки. Трения нет.

**9.5.19** [Б-4.21] Небольшая шайба соскальзывает с вершины закрепленной гладкой полусферы радиусом  $R$ . Найти высоту отрыва шайбы от поверхности полусферы.

**9.5.20** [Б-2.52] Нить маятника отклонена до горизонтального положения и отпущена. Какова должна быть минимальная прочность нити, чтобы она могла выдержать натяжение при прохождении маятником массой  $1\text{ кг}$  положения равновесия?

**9.5.21** На гладком горизонтальном столе стоят две одинаковые гладкие горки массой  $M$ , причем одна из них закреплена. С незакрепленной горки с высоты  $H$  скатывается маленькая шайба массой  $m$ . На какую максимальную высоту заедет шайба на закрепленную горку?

**9.5.22** На гладком горизонтальном столе стоят две одинаковые гладкие горки массой  $M$ , причем одна из них закреплена. С закрепленной горки с высоты  $H$  скатывается маленькая шайба массой  $m$ . На какую максимальную высоту заедет шайба на незакрепленную горку?

**9.5.23** На гладком горизонтальном столе стоят две одинаковые гладкие незакрепленные горки массой  $M$ . С одной горки с высоты  $H$  скатывается маленькая шайба массой  $m$ . На какую максимальную высоту заедет шайба на вторую горку? Какова максимальная скорость удаления горок друг от друга?

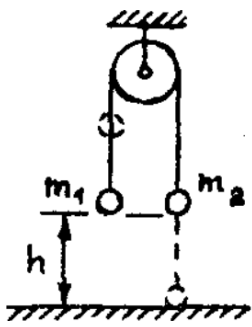
**9.5.24** [М-1.3.3] Граната разрывается в наивысшей точке траектории на два одинаковых осколка. Один из осколков летит в обратном направлении с той же по модулю скоростью, которую имела граната до разрыва. На каком расстоянии  $\ell$  от места бросания гранаты упадет на землю второй осколок, если расстояние по горизонтали от места бросания до точки, над которой произошел разрыв гранаты, составляет  $a = 15$  м? Граната брошена от поверхности земли. Сопротивление воздуха не учитывать.

**9.5.25** [М-1.3.4] Граната массой  $m = 1$  кг разорвалась на высоте  $h = 6$  м над землей на два осколка. Непосредственно перед разрывом скорость гранаты была направлена горизонтально и по модулю равна  $V = 10$  м/с. Один из осколков массой  $m_1 = 0,4$  кг полетел вертикально вниз и упал на землю под местом разрыва со скоростью  $V_1 = 40$  м/с. Чему равен модуль скорости  $V_2$  второго осколка сразу после разрыва?

**9.5.26** [М-1.3.5] Кузнечик сидит на одном из концов соломинки длины  $\ell = 50$  см, покоящейся на гладком полу. С какой минимальной относительно пола скоростью  $V_0$  он должен прыгнуть, чтобы при приземлении попасть точно на второй конец соломинки? Масса кузнечика в  $\beta = 3$  раза больше массы соломинки. Размерами кузнечика и трением между полом и соломинкой пренебречь.

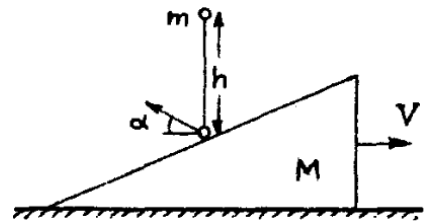
**9.5.27** [М-1.3.6] Из пушки производится выстрел таким образом, что дальность полета снаряда в  $\alpha = 2$  раза превышает максимальную высоту траектории. Считая известной величину начального импульса снаряда  $p_0 = 1000$  кг · м/с, определить величину его импульса в верхней точке траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.5.28** [М-1.3.12] С горки высоты  $h = 2$  м с углом наклона  $\alpha = 45^\circ$  начинают скатываться санки с нулевой начальной скоростью. Найти скорость санок у основания горки, если на верхней половине горки коэффициент трения пренебрежимо мал, а на нижней половине  $\mu = 0,1$ .

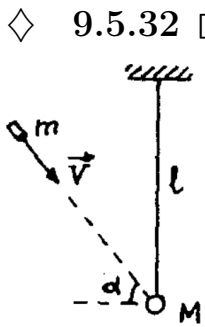


◇ **9.5.29** [М-1.3.7] Два груза массами  $m_1$  и  $m_2$  подвешены на концах нити, перекинутой через блок. Оба груза вначале неподвижны и находятся на одной высоте  $h$  над горизонтальной подставкой. Найти величину изменения импульса системы грузов  $\Delta p$  за время, прошедшее от начала их движения до момента, когда один из грузов коснется подставки. Нить невесома и нерастяжима, блок невесом.

◇ **9.5.30** [М-1.3.8] На покоящийся на гладком горизонтальном столе клин массой  $M = 1$  кг с высоты  $h = 50$  см падает шарик массой  $m = 10$  г и отскакивает под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Найти скорость клина  $V$  после удара. Соударение между шариком и клином считать абсолютно упругим, трение между клином и столом не учитывать. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

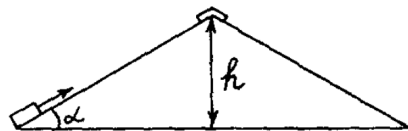


**9.5.31** [М-1.3.9] Тело массы  $m_0 = 0,1$  кг подвешено на длинной невесомой нити. Нить отклонили так, что тело поднялось на высоту  $h = 0,4$  м. После этого тело отпустили. В момент, когда оно проходило нижнюю точку траектории, в тело попал горизонтально летевший пластилиновый шарик, который прилип к телу, после чего тело остановилось. С какой скоростью  $V_1$  летел шарик, если его масса  $m_1 = 7$  г?

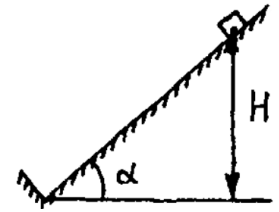


◇ **9.5.32** [М-1.3.10] Шар массой  $M = 1$  кг подвешен на невесомом жестком стержне длиной  $\ell = 1,25$  м, шарнирно закрепленном за верхний конец. В шар попадает пуля массой  $m = 10$  г, летящая со скоростью  $V = 500$  м/с под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту, и застревает в нем. Определить максимальный угол  $\beta$  отклонения стержня от вертикали. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

◇ **9.5.33** [М-1.3.13] Кирпич, лежащий на краю крыши дома, толкнули вверх вдоль ската со скоростью  $V = 10$  м/с. После упругого удара о конек кирпич соскользнул обратно и остановился на краю крыши. Найти коэффициент трения  $\mu$  между кирпичом и поверхностью крыши, если конек находится на высоте  $h = 2,5$  м от края крыши, а угол наклона крыши к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

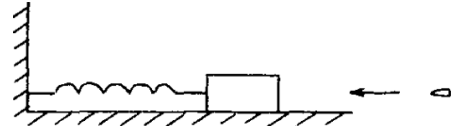


◇ **9.5.34** [М-1.3.14] С наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонталью, соскальзывает без начальной скорости небольшое тело и ударяется о выступ, перпендикулярный наклонной плоскости. Считая удар о выступ абсолютно упругим, найти, на какую высоту  $h$  поднимется тело после удара. Начальная высота тела  $H = 1$  м, коэффициент трения  $\mu = 0,5$ .

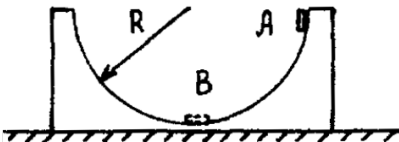


**9.5.35** [М-1.3.15] На горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой  $M = 100$  г. В брусок попадает пуля массой  $m = 10$  г, летящая горизонтально со скоростью  $V_1 = 800$  м/с, и пробивает его насквозь. Скорость пули после вылета из бруска  $V_2 = 200$  м/с. Какое количество энергии  $Q$  перешло в тепло в процессе удара? Трением бруска о плоскость пренебречь.

◇ **9.5.36** [М-1.3.16] На горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой  $M = 4$  кг, прикрепленный к вертикальной стенке пружиной с коэффициентом упругости  $k = 100$  Н/м. В центр бруска попадает пуля массой  $m = 10$  г, летящая горизонтально и параллельно пружине, и застревает в нем. Определить скорость пули, если максимальное сжатие пружины после удара составило  $\Delta l = 30$  см. Трением бруска о плоскость пренебречь.



◇ **9.5.37** [М-1.3.17] Чашка в форме полусферы массой  $M = 200$  г покоится на гладкой горизонтальной поверхности. По внутренней поверхности чашки из верхнего положения начинает скользить без начальной скорости маленькое тело массой  $m = 20$  г. Какую скорость  $V$  будет иметь чашка в тот момент, когда тело достигнет нижней точки траектории, если радиус чашки  $R = 8$  см? Трением между всеми поверхностями пренебречь.



**9.5.38** [М-1.3.18] Из покоящейся пушки массой  $M = 500$  кг, находящейся на гладкой горизонтальной поверхности, производится в горизонтальном направлении выстрел. После выстрела снаряд массой  $m = 10$  кг имеет скорость относительно земли  $V = 500$  м/с. Какое количество энергии  $E$  выделилось при сгорании пороха, если кинетическая энергия снаряда и пушки после выстрела равна  $\alpha E$ ? При расчетах принять  $\alpha = 1/3$ .

**9.5.39** [М-1.3.19] Граната брошена от поверхности земли под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $V_0 = 10$  м/с. В верхней точке траектории граната разрывается на два одинаковых осколка, скорости которых сразу после взрыва направлены горизонтально. На каком расстоянии  $\ell$  друг от друга упадут осколки, если кинетическая энергия, сообщенная им при взрыве,  $E = 18$  Дж, а масса гранаты  $m = 1$  кг?

**9.5.40** [М-1.3.20] С пристани на палубу покоящегося непришвартованного катера массой  $M = 500$  кг бросают с горизонтальной скоростью  $V = 5$  м/с ящик массой  $m = 50$  кг, который в результате трения о палубу останавливается на ней. Какое количество теплоты  $Q$  выделится при трении ящика о палубу? Сопротивлением воды движению катера пренебречь.

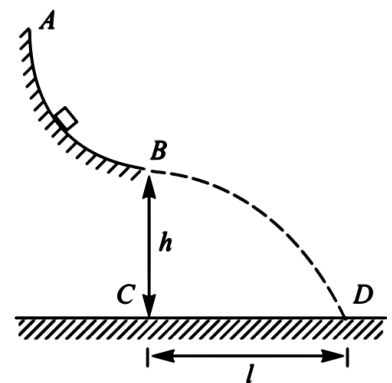
**9.5.41** [М-1.3.22] Опираясь о барьер катка, мальчик бросил камень горизонтально со скоростью  $V_1 = 5$  м/с. Какова будет скорость  $V_2$  камня относительно мальчика, если он бросит камень горизонтально, совершив при броске прежнюю работу, но стоя на гладком льду? Масса камня  $m = 1$  кг, масса мальчика  $M = 50$  кг. Трением о лед пренебречь.

**9.5.42** [М-1.3.23] При броске тела от поверхности Земли под некоторым углом к горизонту была совершена работа  $A = 58,8$  Дж. На каком расстоянии  $S$  от места бросания тело упало на Землю, если его масса  $m = 1$  кг, а максимальная высота подъема в полете  $H = 3$  м?

**9.5.43** [Б-2.54] Груз массой  $m$ , привязанный к нерастяжимой нити, вращается в вертикальной плоскости. Найти разность сил натяжения нити в нижней и верхней точках траектории.

**9.5.44** [М-1.3.24] Спутник запущен на круговую орбиту, проходящую на высоте  $h = 350$  км над поверхностью Земли. Через некоторое время спутник перевели на другую круговую орбиту, радиус которой меньше на  $\Delta h = 25$  км. На какую величину  $\eta$  изменилась при этом кинетическая энергия спутника по отношению к ее первоначальному значению? Радиус Земли  $R = 6400$  км.

◇ **9.5.45** [М<sub>2</sub>-1.3.6] Маленький брусок массой  $m = 100$  г из точки  $A$  соскальзывает по шероховатому желобу  $AB$ , составляющему четверть окружности радиусом  $R = 1$  м, и падает на горизонтальную поверхность в точку  $D$ . Точка  $B$  желоба находится на высоте  $h = 2$  м от горизонтальной поверхности. Расстояние  $\ell$  между точками  $C$  и  $D$  составляет 2 м. Найти величину  $A_{\text{тр}}$  работы силы трения бруска о желоб. Считать, что при отрыве от желоба брусок не имел вертикальной составляющей скорости.

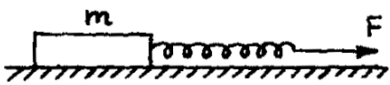


**9.5.46** [М-1.3.27] Два тела, которые первоначально покоились на гладкой горизонтальной плоскости, расталкиваются зажатой между ними пружиной и начинают двигаться поступательно со скоростями  $V_1 = 3$  м/с и  $V_2 = 1$  м/с. Вычислить энергию  $W$ , которая была запасена в пружине, если известно, что суммарная масса обоих тел  $M = 8$  кг. Пружина невесома. Трение отсутствует.

◇ **9.5.47** [М-1.3.26] Между двумя кубиками с массами  $m$  и  $M$  находится сжатая пружина. Если кубик с массой  $M$  удерживать на месте, а другой освободить, то он отлетает со скоростью  $V$ . С какой скоростью  $V_1$  будет двигаться кубик массы  $m$ , если оба кубика освободить одновременно? Деформация пружины одинакова в обоих случаях. Трением и массой пружины пренебречь.



◇ **9.5.48** [М-1.3.25] Брусок массой  $m = 1$  кг покоится на горизонтальной шероховатой поверхности. К нему прикреплена пружина жесткости  $k = 20$  Н/м. Какую работу  $A$  нужно совершить для того, чтобы сдвинуть с места брусок, растягивая пружину в горизонтальном направлении, если коэффициент трения между бруском и поверхностью  $\mu = 0,2$ ? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



**9.5.49** [ЕГЭ] От груза, неподвижно висящего на невесомой пружине жесткостью  $k = 400$  Н/м, отделился с начальной скоростью, равной нулю, его фрагмент. После этого при возникших колебаниях оставшаяся часть груза поднималась на максимальную высоту  $h = 3$  см относительно первоначального положения. Какова масса  $m$  отделившегося от груза фрагмента?

**9.5.50** [М-1.3.28] Автомобиль массой  $m = 1500$  кг едет по горизонтальному участку дороги со скоростью  $V = 72$  км/ч. На какую величину  $\Delta N$  увеличивается развиваемая двигателем мощность при движении автомобиля с той же скоростью в гору, угол наклона которой к горизонту составляет  $\alpha = 0,1$  рад? Силу сопротивления считать в обоих случаях одинаковой.

**9.5.51** [М-1.2.29] Шарик, подвешенному на нити, сообщили некоторую начальную скорость, после чего он начал вращаться по окружности в вертикальной плоскости. Определить массу шарика  $m$ , если известно, что сила натяжения нити в верхней точке траектории составляет  $T_1 = 1$  Н, а в нижней точке траектории  $T_2 = 2$  Н. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

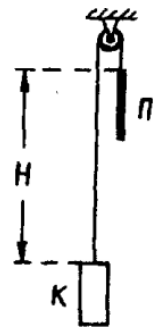
**9.5.52** [М-1.3.30] Два тела массами  $m_1 = 3,8$  г и  $m_2 = 6$  г прикреплены к невесомой нити, перекинутой через блок с неподвижной осью. В начальный момент времени груз массы  $m_2$  находится на высоте  $h = 1$  м над горизонтальной поверхностью и оба груза неподвижны. Затем грузы отпускают. Определить количество теплоты  $Q$ , выделившейся при неупругом ударе тела массы  $m_2$  о горизонтальную поверхность, если это тело сразу после удара останавливается. Силами трения пренебречь. Блок считать невесомым.

**9.5.53** [М-1.3.29] Шарик массой  $m = 100$  г подвешен на нити длиной  $\ell = 1$  м. Его приводят в движение так, что он обращается по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, которая находится на расстоянии  $\ell/2$  от точки подвеса. Какую работу нужно совершить для сообщения шарiku такого движения?

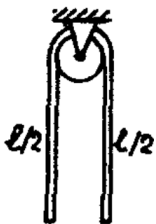
**9.5.54** [М-1.3.31] На невесомой нити, перекинутой через неподвижный цилиндр, подвешены два груза с массами  $m_1 = 10$  кг и  $m_2 = 1$  кг. Первоначально грузы удерживают на одной высоте. При освобождении грузов без начальной скорости первый из них опускается на высоту  $h = 2$  м за время  $t = 1$  с, двигаясь равноускоренно. Какое количество тепла  $Q$  выделяется из-за трения нити о поверхность цилиндра за это время? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**9.5.55** [М-1.3.40] На горизонтальном участке пути длиной  $L = 3$  км скорость поезда увеличилась с  $V_1 = 36$  км/ч до  $V_2 = 72$  км/ч. Какое количество топлива  $m$  израсходовал двигатель локомотива на этом участке? Известно, что суммарная масса поезда и локомотива  $M = 1000$  т, коэффициент трения  $\mu = 0,005$ , удельная теплота сгорания топлива  $q = 42$  МДж/кг, коэффициент полезного действия двигателя  $\eta = 30\%$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

◇ **9.5.56** [М-1.3.36] Начальное положение кабины лифта К и противовеса П изображено на рисунке. На какую величину  $\Delta U$  изменится потенциальная энергия системы при перемещении кабины вверх на расстояние  $h = 10$  м, если начальная разность уровней противовеса и кабины  $H = 15$  м, масса кабины  $M = 1$  т, масса противовеса  $m = 0,5$  т, а масса единицы длины троса, соединяющего кабину с противовесом,  $\mu = 10$  кг/м? Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

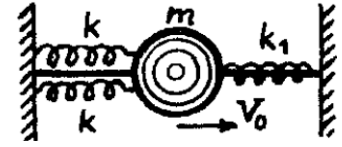


◇ **9.5.57** [М-1.3.37] Канат длиной  $\ell = 2$  м переброшен через блок. В начальный момент канат покоится и по обе стороны блока свешиваются равные его отрезки. Затем в результате незначительного толчка равновесие каната нарушается и он приходит в движение. Какова будет скорость каната  $V$  в тот момент, когда с одной стороны блока будет свешиваться отрезок каната длиной  $\ell_1 = 1,5$  м? Массой блока и его размерами пренебречь, энергию толчка и трение в блоке не учитывать, ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



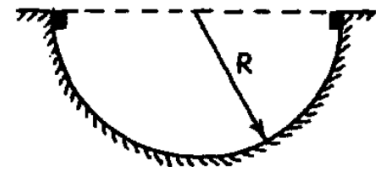


◇ **9.5.58** [М-1.3.38] Шарик массой  $m = 10$  г прикреплен к неподвижным стенкам тремя пружинами, две из которых имеют жесткость  $k = 0,375$  Н/м, а третья —  $k_1 = 0,25$  Н/м. Шарик может двигаться только поступательно вдоль горизонтальной оси. Пружины невесомы и в положении равновесия не напряжены. Шарик получает скорость  $V_0 = 10$  см/с. Найти амплитуду колебаний шарика. Силу тяжести не учитывать.

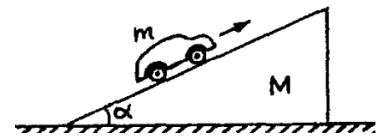


**9.5.59** [М-1.3.39] На гладком столе покоится брусок массой  $M = 20$  г, прикрепленный пружиной жесткости  $k = 50$  Н/м к стене. В брусок ударяется шарик массой  $m = 10$  г, движущийся по столу со скоростью  $V_0 = 30$  м/с, направленной вдоль пружины. Считая соударение шарика и бруска упругим, найти амплитуду  $A$  колебаний бруска после удара.

◇ **9.5.60** [М-1.3.41] Два небольших тела, находящиеся на концах горизонтального диаметра гладкой полусферы радиуса  $R = 20$  см, соскальзывают без начальных скоростей навстречу друг другу. При столкновении тела «слипаются» и далее движутся как одно целое. Найти отношение  $\alpha$  масс тел, если максимальная высота над нижней точкой полусферы, на которую поднимаются слипшиеся тела после столкновения,  $h = 5$  см. Трение не учитывать.



◇ **9.5.61** [М-1.3.1] Клин массой  $M = 0,5$  кг с углом при основании  $\alpha = 30^\circ$  покоится на гладкой горизонтальной плоскости. На наклонную поверхность клина ставят заводной автомобиль массой  $m = 0,1$  кг и отпускают без начальной скорости, после чего автомобиль начинает движение вверх по клину в плоскости рисунка. Найти скорость  $U$  автомобиля относительно клина в момент, когда клин приобретает относительно плоскости скорость  $V = 2$  см/с.



**9.5.62** [М-1.3.2] На прямолинейном горизонтальном участке пути стоят  $N = 5$  одинаковых вагонов. Промежутки между соседними вагонами одинаковы и равны  $L = 30$  м. К крайнему вагону подкатывается еще один такой же вагон, имеющий скорость  $V_0 = 2$  м/с. В результате  $N$  последовательных столкновений, в каждом из которых сталкивающиеся вагоны сцепляются вместе, все  $N + 1$  вагонов соединяются в один состав. Найти время  $\tau$  между первым и последним столкновениями. Силами сопротивления движению вагонов пренебречь.

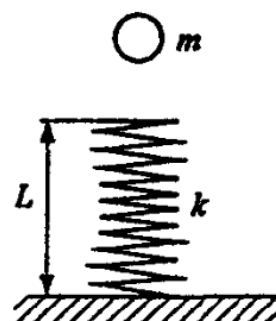
**9.5.63** [Б-5.24] Из духового ружья стреляют в спичечный коробок, лежащий на расстоянии  $\ell = 30$  см от края стола. Пуля массой  $m = 1$  г, летящая горизонтально со скоростью  $v_0 = 150$  м/с, пробивает коробок и вылетает из него со скоростью  $v_0/2$ . Масса коробка 50 г. При каких значениях коэффициента трения  $\mu$  между коробком и столом коробок упадет со стола?

**9.5.64** [М-1.3.44] Брусок массой  $m_1 = 4$  г соскальзывает без начальной скорости с высоты  $h = 10$  м по наклонной плоскости. Другой брусок массой  $m_2 = 2$  г движется по этой плоскости от основания вверх с начальной скоростью  $V_0 = 10$  м/с. Бруски начинают движение одновременно. На некоторой высоте бруски сталкиваются, после чего движутся как одно целое. Определить скорость  $V$  этого тела у основания наклонной плоскости. Трение брусков о плоскость не учитывать, при расчетах ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**9.5.65** [Б-5.21] Пуля, летевшая горизонтально со скоростью  $v_0 = 400$  м/с, попадает в брусок, подвешенный на нити длиной  $\ell = 4$  м, и застревает в нем. Определить угол  $\alpha$ , на который отклонится брусок, если масса пули  $m = 20$  г, а масса бруска  $M = 5$  кг.

**9.5.66** [Б-5.22] Тело массой  $M$  под действием пружин совершает колебания с амплитудой  $A_0$  на гладком горизонтальном столе. В тот момент, когда тело проходит положение равновесия, на него сверху падает и прилипает к нему кусок пластилина массой  $m$ . Чему будет равна амплитуда колебаний?

◇ **9.5.67** [Б-5.23] Легкая пружина жесткости  $k$  и длины  $L$  стоит вертикально на столе и не прикреплена к нему. На пружину падает небольшой шарик массой  $m$ , имеющий начальную скорость, равную нулю. Пружина упруго деформируется, и шарик подскакивает вертикально вверх. Максимальная скорость шарика при его движении оказалась равной  $v_{\max}$ . На какую высоту поднимается центр тяжести пружины?

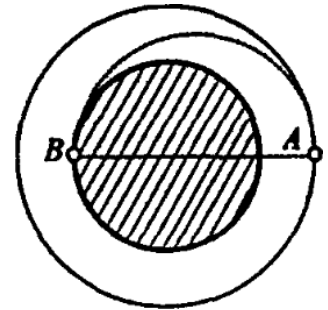


**9.5.68** [М-1.3.43] Вдоль гладкой наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 0,01$  рад, с начальной скоростью  $V_0 = 0,5$  м/с, направленной вверх, пускают брусок, который через время  $t = 2$  с упруго ударяется о стенку, движущуюся вдоль наклонной плоскости вниз со скоростью  $U = 0,1$  м/с. Через какое время  $T$  после удара о стенку брусок вернется в исходное положение? Трением бруска о наклонную плоскость пренебречь, ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, при расчетах положить  $\sin \alpha \approx \alpha$ .

**9.5.69** [Б-5.25] Орудие, масса ствола которого  $M = 400$  кг, стреляет в горизонтальном направлении. Масса снаряда  $m = 8$  кг, его начальная скорость  $v_0 = 10^3$  м/с. При выстреле ствол откатывается на  $S = 50$  см. Определить среднее значение силы торможения, развивающейся в противооткатном устройстве орудия.

**9.5.70** [Б-5.26] От удара копра массой  $m = 50$  кг, падающего с высоты  $H = 5$  м, свая массой  $M = 200$  кг погружается в грунт на глубину  $\ell = 20$  см. Определить силу сопротивления грунта, считая ее постоянной. Удар копра о сваю абсолютно неупругий.

◇ **9.5.71** [Б-5.27] Космический корабль массой  $M = 12$  т движется вокруг Луны по круговой орбите на высоте  $h = 100$  км. Для перехода на орбиту прилунения на короткое время включается двигатель торможения. Скорость вытекающих из сопла ракеты газов  $u = 10^4$  м/с. Радиус Луны  $R_{\text{л}} = 1700$  км, ускорение свободного падения у поверхности Луны  $g_{\text{л}} = 1,7$  м/с<sup>2</sup>. Какую массу топлива  $m$  необходимо израсходовать для того, чтобы при включении тормозного двигателя в точке  $A$  траектории корабль опустился на Луну в точке  $B$ ?



## Прямой центральный абсолютно упругий удар

**9.5.72** [ЕГЭ] Легкий шар, движущийся со скоростью 10 м/с, налетает на покоящийся тяжелый шар, и между шарами происходит центральный абсолютно упругий удар. После удара шары разлетаются в противоположные стороны с одинаковыми скоростями. Во сколько раз различаются массы шаров?

**9.5.73** Шар, движущийся со скоростью  $v$ , налетает на такой же покоящийся шар, и между шарами происходит лобовой абсолютно упругий удар. Найти скорости  $v_1$  и  $v_2$ , которые приобретут шары после соударения.

**9.5.74** [Б-5.7] В результате упругого лобового столкновения частицы массой  $m_1$  с неподвижной частицей  $m_2$  обе частицы разлетелись в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями. Найти массу неподвижной частицы. Удар абсолютно упругий.

**9.5.75** [Б-5.8] Во сколько раз уменьшится скорость атома гелия после упругого столкновения с неподвижным атомом водорода, масса которого в четыре раза меньше массы атома гелия?

**9.5.76** [Б-5.9] Две частицы массами  $m_1$  и  $m_2$  со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  сталкиваются абсолютно упруго. Определить скорости частиц после столкновения, которое является центральным.

**9.5.77** [Б-5.10] Определить максимальную потенциальную энергию упругой деформации при прямом центральном абсолютно упругом ударе двух тел массами  $m_1$  и  $m_2$ , имевших скорости до удара  $v_1$  и  $v_2$  соответственно.

**9.5.78** [Б-5.11] Шарик, движущийся со скоростью  $v$ , налетает на стенку, движущуюся со скоростью  $u$  ( $u < v$ ) в том же направлении, и ударяется о нее абсолютно упруго. Плоскость стенки перпендикулярна скорости движения шарика. Определить скорость шарика после удара в системе отсчета, связанной с Землей.

**9.5.79** [Б-5.12] В переднюю стенку башни танка, идущего со скоростью  $u = 72$  км/ч, ударяется пуля, летящая со скоростью  $v_0 = 750$  м/с навстречу танку, и упруго отскакивает от стенки башни. С какой скоростью относительно земли полетит отскочившая пуля? Стенка наклонена к вертикали под углом  $\varphi = 60^\circ$ .

**9.5.80** В заднюю стенку башни танка, идущего со скоростью 72 км/ч, ударяется пуля, летящая горизонтально со скоростью 750 м/с вслед танку, и упруго отскакивает от нее. С какой скоростью относительно Земли полетит отскочившая пуля, если стенка наклонена к вертикали под углом  $30^\circ$ ?

## Непрямой упругий удар

**9.5.81** [Б-5.13] На горизонтальной плоскости покоится шар. С ним сталкивается другой шар такой же массы. Удар абсолютно упругий и не прямой. Определить угол, под которым разлетаются шары после удара.

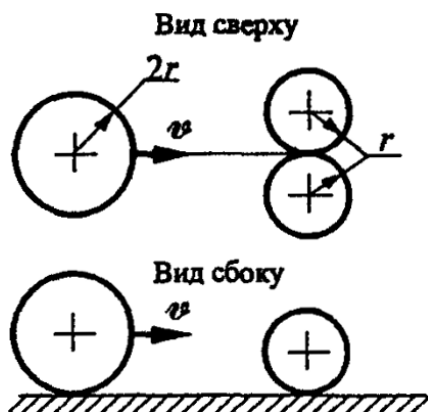
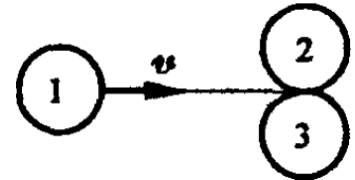
**9.5.82** [Б-5.14] Тело массой  $m_1$ , движущееся со скоростью  $v$ , налетает на неподвижное тело и после упругого соударения отскакивает от него под углом  $90^\circ$  к первоначальному направлению своего движения со скоростью  $v/2$ . Определить массу неподвижного тела.

**9.5.83** [Б-5.15] Шар массой  $m$ , движущийся со скоростью  $v$ , налетает на покоящийся шар массой  $m/2$  и после упругого удара продолжает двигаться под углом  $\alpha = 30^\circ$  к направлению своего первоначального движения. Найти скорости шаров после столкновения.

**9.5.84** [М-1.3.35] Частица, движущаяся в вакууме со скоростью  $V_1 = 1000$  м/с, налетает на покоящуюся частицу, масса которой в 3 раза больше массы первой частицы. Происходит упругое нецентральное соударение, после которого вторая частица начинает двигаться под углом  $45^\circ$  к первоначальному направлению движения первой частицы. Определить величины скоростей  $U_1$  и  $U_2$  обеих частиц после соударения. Силу тяжести не учитывать.

**9.5.85** [ЕГЭ] На гладкой горизонтальной плоскости находятся две одинаковые идеально упругие гладкие шайбы. Одна из них движется со скоростью  $v$ , равной по модулю 2 м/с, а другая покоится вблизи прямой линии, проведенной через центр первой шайбы в направлении ее скорости. Шайбы сталкиваются, и после соударения первоначально покоившаяся шайба отскакивает под углом  $\alpha = 45^\circ$  к этой линии. Найдите скорость первой шайбы  $v_1$  после столкновения.

◇ **9.5.86** [Б-5.16] Два одинаковых шара покоятся, касаясь друг друга. Третий такой же шар налетает на них, двигаясь по прямой, касающейся обоих шаров, со скоростью  $v$ . Найти скорости шаров после столкновения. Удар абсолютно упругий.

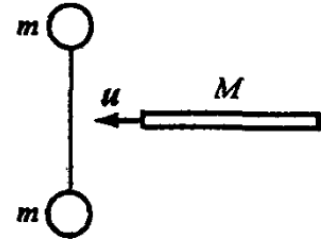


◇ **9.5.87** [Б-5.17] Два гладких упругих шара радиусом  $r$  лежат, соприкасаясь друг с другом, на гладкой горизонтальной плоскости. Третий упругий шар радиусом  $2r$ , скользящий со скоростью  $v$  по той же плоскости, ударяется одновременно в оба шара (см. рисунок). Найти скорость большого шара после удара. Все шары сделаны из одного материала.

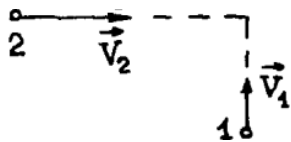
## Неупругий удар

**9.5.88** [Б-5.19] Две частицы массами  $m$  и  $2m$ , имеющие импульсы  $P$  и  $P/2$ , движутся по взаимно перпендикулярным направлениям. После соударения частицы обмениваются импульсами. Определить потерю механической энергии при соударении.

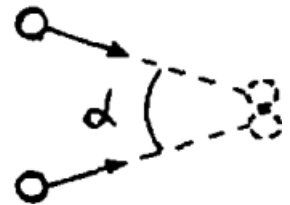
◇ **9.5.89** [Б-5.18] Два одинаковых шара массой  $m$  каждый связаны прочной нитью. Доска массой  $M = 2m$  налетает со скоростью  $u = 1$  м/с на эту систему и ударяет по середине нити. Найти скорость шаров при ударе о доску. Толщина доски и радиусы шаров малы по сравнению с длиной нити.



◇ **9.5.90** [М-1.3.32] Пластилиновые шарики имеют одинаковую массу  $m$  и взаимно перпендикулярные скорости  $\vec{V}_1$  и  $\vec{V}_2$ , лежащие в одной плоскости. В результате столкновения шарики слипаются и движутся как одно целое. Какое количество тепла  $Q$  выделилось при столкновении, если  $m = 1$  г,  $V_1 = 2$  м/с,  $V_2 = 4$  м/с?



◇ **9.5.91** [М-1.3.33] Два одинаковых пластилиновых шара, движущихся с равными по величине скоростями, совершают неупругий удар, после которого слипаются в одно целое. Какой угол  $\alpha$  составляли друг с другом векторы скоростей шаров до удара, если при ударе  $\eta = 1/2$  начальной кинетической энергии шаров перешло в тепло?



**9.5.92** [М-1.3.34] Шарик 1 массой  $m = 200$  г движется равномерно со скоростью  $V_1 = 10$  м/с. Навстречу ему движется шарик 2 такой же массы со скоростью  $V_2 = 8$  м/с. После соударения шарик 1 стал двигаться перпендикулярно направлению его движения до соударения со скоростью  $U_1 = 5$  м/с. Какое количество теплоты  $Q$  выделилось при соударении шариков?

**9.5.93** [Б-5.20] Минимальная энергия электрона, необходимая для ионизации атома водорода, равна  $W_0$ . Определить минимальные начальные скорости ионов водорода и гелия, необходимые для ионизации атома водорода. Ионизация происходит в результате полностью неупругого удара: потерянная механическая энергия переходит в энергию ионизации. По сравнению с массами ионов водорода и гелия массой электрона можно пренебречь.

# Статика

## Определения

1. Простые механизмы (определение, примеры).
2. Гидравлический пресс.
3. Золотое правило механики.
4. Рычаг.
5. Плечо силы.
6. Момент силы.
7. Условие равновесия твердого тела.
8. Центр масс.
9. Центр тяжести.
10. Теорема о движении центра масс.

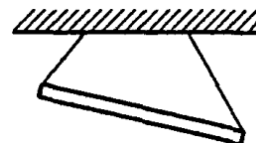
## Задачи

**9.6.1** Нарисовать систему блоков, дающую выигрыш в силе в 2 раза; 4 раза.

**9.6.2** Нарисовать систему блоков, дающую выигрыш в силе в 3 раза.

**9.6.3** Какова минимальная сила, с которой можно приподнять цилиндрическое бревно массой  $m$ , лежащее на горизонтальной поверхности?

◇ **9.6.4** [Б-6.1] Неоднородный стержень висит на двух невесомых нитях. Определить построением центр тяжести стержня.



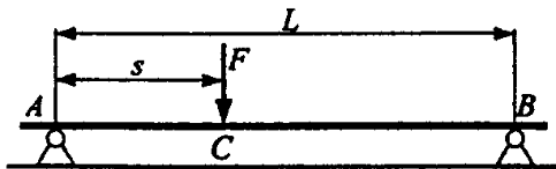
**9.6.5** Найти минимальную горизонтальную силу, которой можно опрокинуть куб массой  $m$ . При каком коэффициенте трения это возможно?

**9.6.6** Найти минимальную силу, которой можно опрокинуть куб массой  $m$ . При каком коэффициенте трения это возможно?

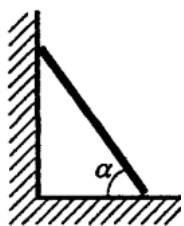
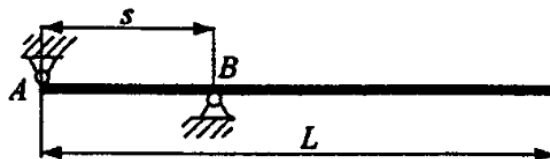
**9.6.7** К концам стержня массы  $m_0 = 1$  кг и длины  $\ell = 40$  см подвешены грузы массы  $m_1 = 4$  кг и  $m_2 = 3$  кг. Где надо подпереть стержень, чтобы он находился в равновесии?

**9.6.8** [М-1.4.7] Однородный стержень лежит горизонтально на двух опорах. Расстояние от центра стержня до ближайшей опоры  $S = 0,3$  м. Найти расстояние между опорами  $\ell$ , если известно, что силы, действующие на стержень со стороны опор, отличаются друг от друга на величину, равную  $\alpha = 1/5$  веса стержня.

◇ **9.6.9** [Б-6.19] Невесомый жесткий стержень длиной  $L$  свободно лежит на двух опорах  $A$  и  $B$ . В точке  $C$ , отстоящей от  $A$  на расстояние  $s$ , на стержень действует вертикальная сила  $F$ . Определите силы реакции  $N_A$  и  $N_B$  в опорах  $A$  и  $B$ .

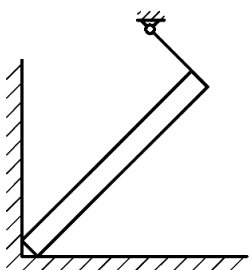
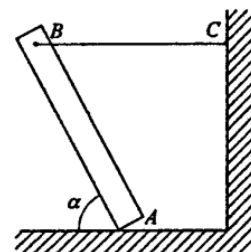


◇ **9.6.10** [Б-6.20] Однородный стержень длины  $L$  и массы  $m$  удерживается в горизонтальном положении с помощью двух опор  $A$  и  $B$ , расстояние между опорами равно  $s$ . Определите силы реакции  $N_A$  и  $N_B$  в опорах  $A$  и  $B$ .



◇ **9.6.11** [Б-6.17] Верхний конец лестницы опирается о гладкую вертикальную стену, а нижний находится на шероховатом полу. Коэффициент трения между лестницей и полом  $\mu = 0,5$ . При каком предельном значении угла наклона она будет находиться в равновесии?

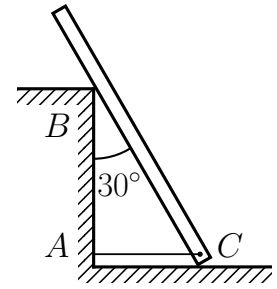
◇ **9.6.12** [Б-6.18] Однородный стержень  $AB$  опирается о шероховатый пол и удерживается в равновесии горизонтальной нитью  $BC$ . Коэффициент трения между стержнем и полом  $\mu = 0,5$ . При каких значениях угла, образованного стержнем с горизонтом, это возможно?



◇ **9.6.13** Однородный стержень упирается одним концом в угол и удерживается за другой конец нитью. Масса стержня  $m$ , а угол его наклона к горизонту равен  $\alpha$ . Найти силу натяжения нити, а также силы, с которыми стержень давит на пол и на стену. Нить перпендикулярна стержню (см. рисунок).

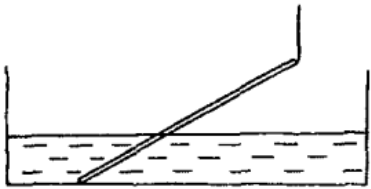


◇ **9.6.14** Однородная балка опирается о гладкий пол и о выступ  $B$ , находящийся на высоте 3 м над полом. Балка образует угол  $30^\circ$  с вертикалью и удерживается веревкой  $AC$ , протянутой у самого пола. Вычислить натяжение веревки, силу реакции со стороны пола и силу реакции со стороны выступа  $B$ . Вес балки 600 Н, длина 4 м.

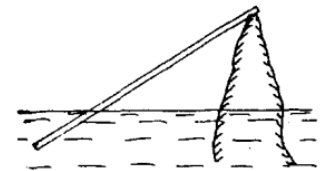


**9.6.15** [ЕГЭ] К вертикальной стенке прислонена однородная доска, образующая с горизонтальным полом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения доски о пол  $\mu_1 = 0,4$ . Каков должен быть коэффициент  $\mu_2$  трения доски о стену, чтобы доска оставалась в равновесии?

◇ **9.6.16** [М-1.5.16] Алюминиевая спица с длиной  $L = 25$  см и площадью поперечного сечения  $S = 0,1$  см<sup>2</sup> подвешена на нити за верхний конец. Нижний конец опирается на горизонтальное дно сосуда, в который налита вода. Длина погруженной в воду части спицы  $\ell = 10$  см. Найти силу  $F$ , с которой спица давит на дно сосуда, если известно, что нить расположена вертикально. Плотность алюминия  $\rho = 2,7$  г/см<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1$  г/см<sup>3</sup>.



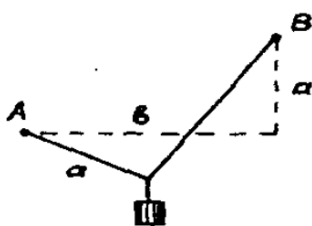
◇ **9.6.17** [М-1.5.17] Тонкая однородная палочка опирается одним концом о вершину острого камня, выступающего из воды. Другой конец палочки находится на плаву, причем погруженная в воду часть палочки в  $\alpha$  раз меньше всей ее длины. Плотность воды  $\rho_0 = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\alpha = 3$ . Найти плотность  $\rho$  материала, из которого сделана палочка.



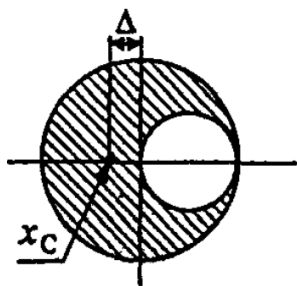
◇ **9.6.18** [М-1.4.4] На внутренней поверхности гладкой сферы лежит невесомый стержень с маленькими шариками массами  $m_1$  и  $m_2$  на концах. Длина стержня равна радиусу сферы. Пренебрегая трением, найти угол  $\alpha$  между стержнем и горизонталью.



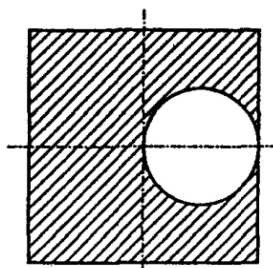
◇ **9.6.19** [М-1.4.3] На двух гвоздях, вбитых в стену в точках  $A$  и  $B$  (см. рисунок), подвешена веревка. Расстояние между гвоздями по горизонтали  $b = \sqrt{3}$  м  $\approx 1,73$  м, разность высот, на которых вбиты гвозди,  $a = 1$  м.



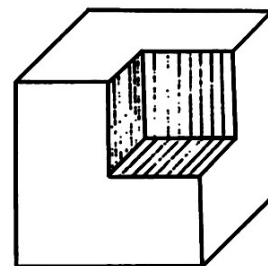
Длина веревки равна  $a + b$ . На веревке на расстоянии  $a$  от точки  $A$  подвешивают груз, который не касается стены. Найти отношение  $\beta$  сил натяжения веревки слева и справа от груза. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Веревку считать невесомой и нерастяжимой.



К задаче 9.6.23

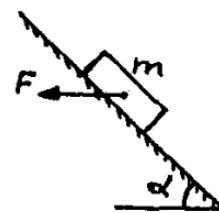


К задаче 9.6.24



К задаче 9.6.25

◇ **9.6.20** [М-1.4.5] Брусок массой  $m = 1$  кг находится на неподвижной наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтом. С какой минимальной горизонтальной силой  $F$  нужно действовать на брусок, чтобы он покоился? Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость  $\mu = 0,25$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



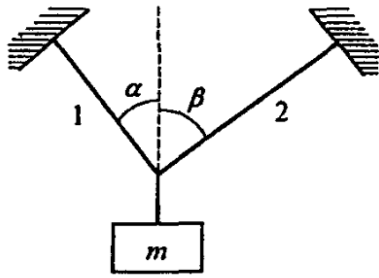
**9.6.21** [М-1.4.6] Однородный стержень длиной  $\ell = 1$  м и массой  $m = 0,8$  кг несет на концах два маленьких шарика, массы которых  $m_1 = 0,2$  кг и  $m_2 = 0,25$  кг. Стержень может поворачиваться на горизонтальной оси, находящейся на расстоянии  $\ell_1 = 0,3$  м от шарика меньшей массы. Чтобы стержень был расположен горизонтально, под шарик большей массы подставлена опора. Найти силу  $F$ , действующую на опору.

**9.6.22** [М-1.4.11] Деревянная линейка выдвинута за край стола на  $\alpha = 1/4$  часть своей длины. При этом она не опрокидывается, если на ее свешивающийся конец положить груз массой не более  $m_1 = 250$  г. На какую часть длины  $\beta$  можно выдвинуть за край стола эту линейку, если на ее свешивающийся конец положен груз массой  $m_2 = 125$  г?

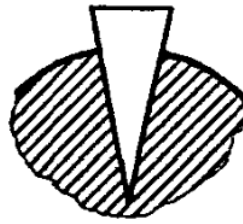
◇ **9.6.23** [Б-6.2] Однородная тонкая пластинка радиусом  $R$  имеет форму круга, в котором вырезано отверстие вдвое меньшего радиуса, касающееся края пластинки (см. рисунок). Где находится центр тяжести?

◇ **9.6.24** [Б-6.3] Из однородной тонкой пластины в форме квадрата со стороной  $a$  вырезано отверстие диаметром  $a/2$ , касающееся стороны квадрата (см. рисунок). Определить положения центра тяжести.

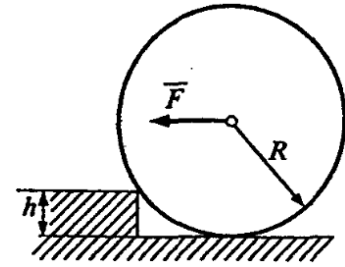
◇ **9.6.25** Где находится центр тяжести куба, из которого удален кубик с ребром, равным  $a/2$  (см. рисунок)?



К задаче 9.6.29

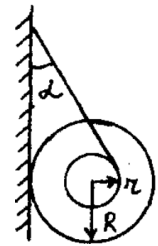


К задаче 9.6.30



К задаче 9.6.31

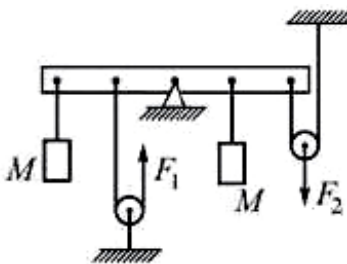
◇ **9.6.26** [М-1.4.8] К гвоздю, вбитому в стенку, привязана нить, намотанная на катушку. Катушка висит, опираясь о стенку. Нить составляет со стенкой угол  $\alpha = 30^\circ$ . Размеры катушки:  $r = 1$  см,  $R = 10$  см. Найти минимальное значение коэффициента трения  $\mu$  между стенкой и катушкой, при котором катушка неподвижна.



◇ **9.6.27** Система, состоящая из двух однородных стержней разной плотности, находится в равновесии. Масса верхнего стержня  $m_1 = 3,6$  кг. Трение пренебрежимо мало. Определите, при какой массе  $m_2$  нижнего стержня возможно такое равновесие.



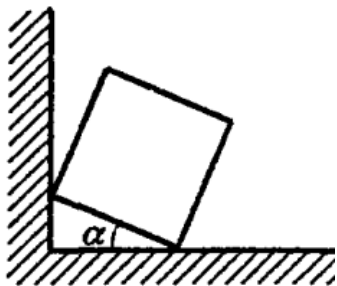
◇ **9.6.28** [ЕГЭ] Чтобы уравновесить на легкой рейке с помощью двух невесомых блоков одинаковые грузы, к нити, перекинутой через левый блок, и к оси правого блока необходимо приложить вертикальные силы  $F_1$  и  $F_2$  (см. рисунок). Расстояния между черными точками на рейке одинаковы, трение отсутствует, нити нерастяжимы. Найти массу грузов  $M$ .



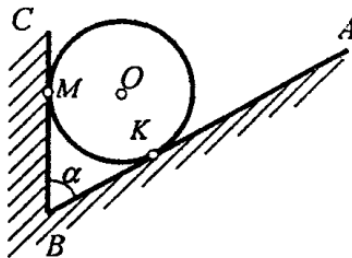
◇ **9.6.29** [Б-6.4] Груз массой  $m$  удерживается в вертикальном положении с помощью двух тросов, составляющих с вертикалью углы  $\alpha$  и  $\beta$ . Определить силы натяжения тросов.

◇ **9.6.30** [Б-6.5] Каков должен быть коэффициент трения  $\mu$  для того, чтобы клин, заколоченный в бревно, не выскальзывал из него (см. рисунок)? Угол при вершине клина  $\alpha$ .

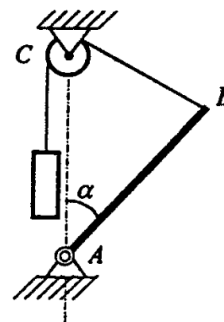
◇ **9.6.31** [Б-6.6] Колесо радиусом  $R$  и массой  $m$  стоит перед ступенькой высотой  $h$ . Какую горизонтальную силу  $F$  нужно приложить к оси колеса, чтобы оно могло подняться на ступеньку? Трением пренебречь.



К задаче 9.6.35

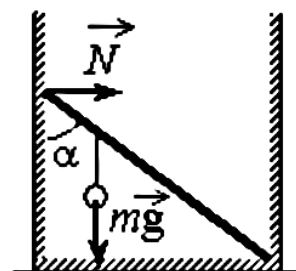


К задаче 9.6.36



К задаче 9.6.37

◇ **9.6.32** [ЕГЭ] Невесомый стержень длиной 1 м, находящийся в ящике с гладкими дном и стенками, составляет угол  $\alpha = 45^\circ$  с вертикалью (см. рисунок). К стержню на расстоянии 25 см от его левого конца подвешен на нити шар массой 2 кг. Каков модуль силы  $N$ , действующей на стержень со стороны левой стенки ящика?



**9.6.33** [М-1.4.1] Однородный шар массы  $m = 7$  кг привязан за веревку к гвоздю, вбитому в стену. Какую горизонтальную силу  $F$  нужно приложить к середине веревки, чтобы натяжения нижней и верхней ее половин относились как 1 : 2, а шар не касался стенки?

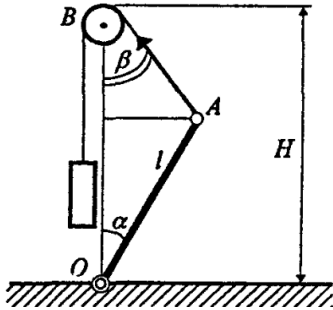
**9.6.34** [М-1.4.2] Груз массой  $m = 1,2$  кг подвешен к середине нити длиной  $L = 2$  м, концы которой закреплены на одном уровне. Найти максимально возможное расстояние  $x$  между точками закрепления концов нити, если она выдерживает нагрузку не более  $F = 10$  Н. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

◇ **9.6.35** [Б-6.11] Кубик стоит у стены так, что одна из его граней образует угол  $\alpha$  с полом. При каком значении коэффициента трения кубика о пол это возможно, если трением о стену пренебречь?

◇ **9.6.36** [Б-6.12] Шар лежит в щели  $ABC$ , образованной двумя плоскими стенками. Найти угол между плоскостями, если давление шара на вертикальную стенку  $BC$  вдвое больше силы тяжести, действующей на шар. Трением пренебречь.

◇ **9.6.37** [Б-6.13] Стержень  $AB$  массой  $m$  прикреплен к неподвижной опоре шарниром  $A$  и может вращаться в вертикальной плоскости. К концу стержня  $B$  прикреплена нить. Нить перекинута через блок  $C$ , и к ней подвешен груз массой  $m_1 = 0,5m$ . Оси блока и шарнира расположены на одной вертикали, причем  $AB = AC$ . При каком угле  $\alpha$  между стержнем и вертикалью система будет в равновесии?

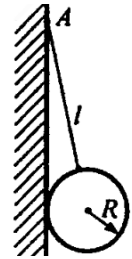
**9.6.38** Однородный металлический стержень изогнули в виде буквы Г так, что его части имеют длину  $a = 10$  см,  $b = 20$  см. Стержень подвесили на нити за точку изгиба. Определите, какой угол образует длинный конец стержня с вертикалью. Части стержня  $a$  и  $b$  взаимно перпендикулярны.



◇ **9.6.39** [Б-6.14] Штанга массой  $m$  и длиной  $l$  закреплена нижним концом на шарнире  $O$ . К верхнему концу штанги привязана нить, перекинутая через блок, укрепленный на высоте  $H$  от шарнира и на одной с ним вертикали. Какой минимальный груз нужно подвесить на другой конец нити, чтобы штанга устойчиво стояла в вертикальном положении?

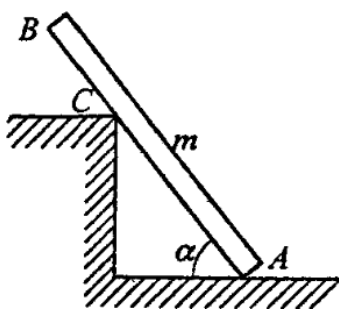
**9.6.40** [Б-6.7] На плоскости с углом наклона  $\alpha$  к горизонту стоит цилиндр радиусом  $r$ . Какова наибольшая высота цилиндра, при которой он не опрокидывается?

◇ **9.6.41** [Б-6.8] К вертикальной гладкой стенке в точке  $A$  на веревке длиной  $l$  подвешен шар массой  $m$ . Чему равна сила натяжения веревки и сила давления шара на стенку, если радиус шара  $R$ ? (См. рисунок).



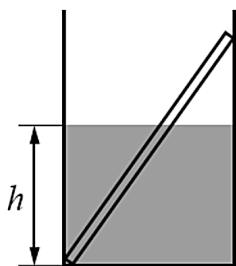
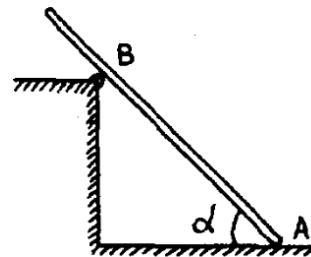
**9.6.42** В ящике находится шар массой 3 кг. Ящик наклоняют так, что его дно составляет с горизонтом угол  $30^\circ$ . Определить модуль силы давления шара на дно ящика.

**9.6.43** Однородный стержень  $AB$  опирается о шероховатый пол и о гладкий выступ  $C$ . Угол наклона стержня к полу равен  $45^\circ$ , расстояние  $BC = 0,25AB$ . При каком коэффициенте трения возможно такое равновесие? См. рисунок для задачи 9.6.44.



◇ **9.6.44** [Б-6.16] Однородный стержень  $AB$  массой  $m$  опирается о гладкий пол и шероховатый выступ  $C$ . Расстояние  $AC = 0,75AB$ . Угол наклона стержня  $\alpha$ , коэффициент трения между стержнем и уступом  $\mu$ . Определить реакции  $N_A$  и  $N_C$  в точках  $A$  и  $C$  и силу трения  $F_{\text{тр}}$  между стержнем и выступом. При каких значениях угла  $\alpha$  равновесие возможно?

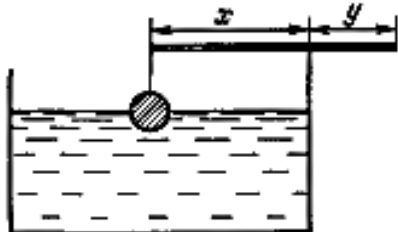
◇ **9.6.45** [М-1.4.10] Лестница стоит на шероховатом полу и опирается о выступ, снабженный роликом. Расстояние  $AB$  от нижнего конца лестницы до выступа составляет  $3/4$  ее полной длины, угол наклона лестницы  $\alpha = 45^\circ$ . Каков должен быть коэффициент трения  $\mu$  между лестницей и полом, чтобы она находилась в равновесии? Трением в ролике пренебречь.



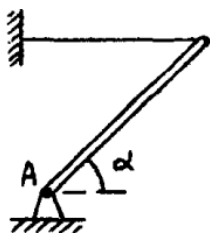
◇ **9.6.46** [ЕГЭ] В гладкий высокий стакан радиусом 4 см поставили палочку длиной 10 см и массой 90 г. В стакан налили жидкости высотой 4 см, плотность которой составляет 0,75 от плотности материала палочки. Найти силу, с которой верхний конец палочки давит на стенку стакана.

**9.6.47** В гладкий стакан высотой 8 см и радиусом 3 см поставили однородную палочку длиной 12 см и массой 100 г. Стакан доверху наполнили жидкостью, плотность которой в два раза меньше плотности материала палочки. С какой силой давит палочка на край стакана?

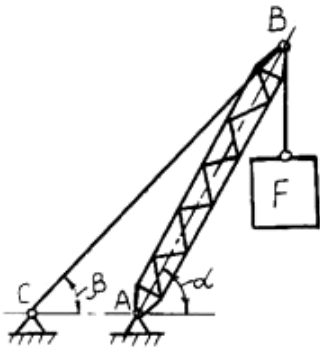
◇ **9.6.48** К концу однородной палочки массой  $M = 4,4$  г подвешен на невесомой нити однородный алюминиевый шарик радиуса  $r = 0,5$  см. Палочку кладут на край стакана с водой, добиваясь такого положения равновесия, при котором погруженной в воду окажется половина шарика (рис.). Плотность алюминия равна  $\rho_{\text{ал}} = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Определите, в каком отношении  $y/x$  делится длина палочки в этом случае. Поверхностным натяжением пренебречь.



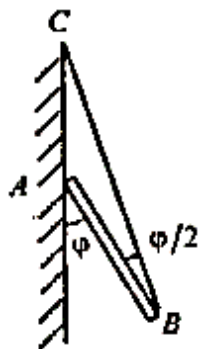
**9.6.49** [М-1.4.12] Автомобиль массой  $M = 1000$  кг равномерно движется вверх по наклонному участку дороги, составляющему с горизонтом угол  $\alpha = 15^\circ$ . Найти силу  $N$ , с которой давят на дорогу передние колеса автомобиля, если расстояние между его осями  $L = 2$  м, центр тяжести расположен посередине между осями на расстоянии  $H = 0,5$  м от поверхности дороги, ведущие колеса — задние. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



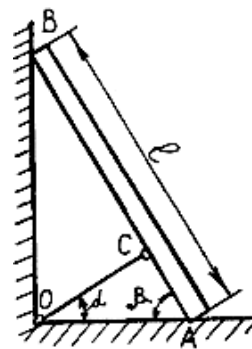
◇ **9.6.50** [М-1.4.9] Тонкий однородный стержень укреплен на шарнире в точке  $A$  и удерживается горизонтальной нитью. Масса стержня  $m = 1$  кг, угол его наклона к горизонту  $\alpha = 45^\circ$ . Найти величину силы реакции шарнира  $F$ .



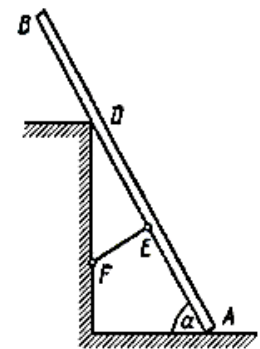
К задаче 9.6.52



К задаче 9.6.53

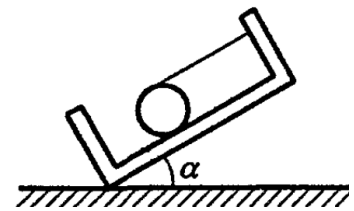


К задаче 9.6.54



К задаче 9.6.55

◇ **9.6.51** [Б-6.9] На плоском шероховатом дне чаши находится шар. Дно чаши наклонено на некоторый угол по отношению к горизонту. Шар удерживается в равновесии нитью, параллельной дну. На какой наибольший угол  $\alpha$  можно наклонить дно чаши, чтобы шар все еще оставался в равновесии? Коэффициент трения  $\mu = 0,5$ .



◇ **9.6.52** Кран-мачта при подъеме груза  $F = 30$  кН находится в положении, указанном на рисунке. Нижний конец стрелы шарнирно опирается в точке  $A$ , а верхний конец стрелы удерживается в равновесии при помощи троса, прикрепленного в точках  $B$  и  $C$ . Сила тяжести стрелы  $2$  кН. Точки  $A$  и  $C$  расположены на одной горизонтальной прямой. Длина стрелы крана  $AB = 10$  м. Угол  $\alpha = 45^\circ$  и угол  $\beta = 30^\circ$ . Вычислить реакции шарнирной опоры  $A$  и натяжение троса  $BC$ .

◇ **9.6.53** Однородный стержень  $AB$  прикреплен к вертикальной стене посредством шарнира  $A$  и удерживается под углом  $\varphi = 60^\circ$  к вертикали при помощи веревки  $BC$ , образующей с ним угол  $\varphi/2$  (см. рисунок). Определите реакцию  $R$  шарнира, если известно, что масса стержня  $m = 2$  кг.

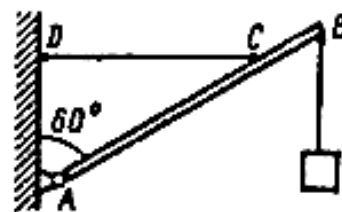
◇ **9.6.54** Стержень длиной  $\ell = 2$  м и весом  $0,5$  кН опирается концом  $A$  на горизонтальную гладкую плоскость, образуя с горизонтом угол  $\beta = 45^\circ$ . Стержень удерживается в равновесии тросом  $OC$ , наклоненным к горизонту под углом  $\alpha = 30^\circ$ . Определить реакцию в точках  $A$  и  $B$  и натяжение троса.

◇ **9.6.55** Однородный брус  $AB$  весом  $G = 16$  Н опирается концом  $A$  на гладкий горизонтальный пол и промежуточной точкой на ребро  $D$ . Брус удерживается под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонтали веревкой  $EF$ , перпендикулярной к оси бруса, причем  $BD = DE = EA$ . Определить натяжение веревки  $EF$  и реакции опор  $A$  и  $D$ . Трением в выступе  $D$  пренебречь.

**9.6.56** [М-1.4.13] Автомобиль массой  $M$  поднимается с постоянной скоростью вверх по дороге, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Найти силу  $F$  взаимодействия ведущих (задних) колес с поверхностью дороги. Расстояние между осями автомобиля  $L$ , центр тяжести находится посередине между осями на расстоянии  $H$  от поверхности дороги. Силу трения, действующую на передние колеса, не учитывать.

**9.6.57** Стержень длиной  $\ell$  и массой  $m$  одним концом упирается в вертикальную стену, а другой его конец удерживается прикрепленной к этой же стене нитью, длина которой равна длине стержня. При каком угле  $\alpha$  между стеной и стержнем стержень будет находиться в равновесии, если коэффициент трения между стержнем и стеной равен  $0,3$ ?

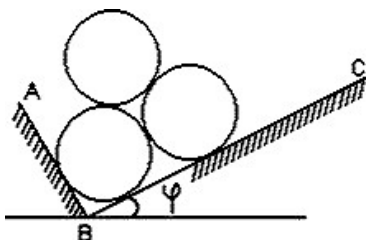
◇ **9.6.58** Однородная стрела  $AB$  настенного крана весом  $1,6$  кН, несущая груз весом  $8$  кН, удерживается в равновесии тросом  $CD$ . Приняв  $AB = 2,6$  м и  $CB = 0,8$  м, определить реакцию опорного шарнира  $A$  и силу натяжения троса  $CD$  (см. рисунок).



**9.6.59** Однородный полушар массой  $m_1 = 5$  кг лежит выпуклой стороной на горизонтальной плоскости. На край полушара положили небольшой груз массой  $m_2 = 1$  кг. Под каким углом  $\alpha$  к горизонту наклонена горизонтальная плоскость полушара? Радиус полушара  $R$ . Расстояние от центра масс полушара до геометрического центра шара равно  $r_c = 3R/8$ .

\* Докажите, что  $r_c = 3R/8$ .

**9.6.60** [Б-6.15] На земле лежат вплотную два одинаковых бревна цилиндрической формы, касаясь образующими. Сверху на них кладут такое же бревно. При каком коэффициенте трения  $\mu$  между ними они не раскатятся? По земле бревна не скользят.

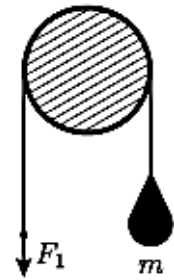


◇ **9.6.61** Три гладких однородных одинаковых цилиндра опираются на две взаимно перпендикулярные плоскости  $AB$  и  $BC$ . Каков наименьший угол наклона  $\varphi$  плоскости  $BC$ , при котором система сохраняет равновесие?

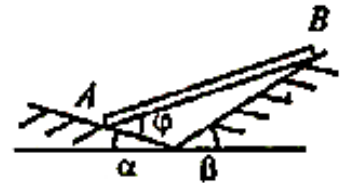
**9.6.62**  $\approx$  [Б-6.10] Пять кирпичей укладывают один на другой без связующего вещества так, что часть каждого последующего кирпича выступает над нижележащим. На какое максимальное расстояние правый край верхнего кирпича может выступать над правым краем самого нижнего кирпича, служащего основанием всей кладки? Длина каждого кирпича равна  $\ell$ .



◇ **9.6.63** Через неподвижное горизонтально закрепленное бревно переброшена веревка (см. рисунок). Для того, чтобы удерживать груз массой  $m = 6$  кг, подвешенный на этой веревке, необходимо тянуть второй конец веревки с минимальной силой  $F_1 = 40$  Н. С какой минимальной силой  $F_2$  надо тянуть веревку, чтобы груз начал подниматься?



◇ **9.6.64** Однородный стержень  $AB$  массой  $m$  и длиной  $L$  опирается на две неподвижные гладкие плоскости, составляющие с горизонтом углы  $\alpha$  и  $\beta$ . Определите силы реакции в точках  $A$  и  $B$  и угол  $\varphi$  при равновесии.



**9.6.65** В пространстве движется тонкая пластинка. В некоторый момент времени векторы скоростей двух точек  $A$  и  $B$  пластинки оказались равными и лежащими в плоскости пластинки, а величина скорости точки  $C$  пластинки, являющейся вместе с точками  $A$  и  $B$  вершинами равностороннего треугольника, в два раза больше скорости точек  $A$  и  $B$ . Какие точки пластинки имеют в данный момент скорость в два раза большую скорости точки  $C$ ?

## Комбинированные задачи

**9.7.1** На невесомом недеформируемом стержне длиной  $\ell$  висит груз. Стержень прикреплен верхним концом к шарниру, вокруг которого может вращаться без трения в вертикальной плоскости. Какую минимальную горизонтальную скорость необходимо сообщить грузу, чтобы он совершил полный оборот?

**9.7.2** На невесомой нерастяжимой нити длиной  $\ell$  висит груз. Нить прикреплена к горизонтальному гвоздю, вокруг которого может вращаться без трения. Какую минимальную горизонтальную скорость необходимо сообщить грузу, чтобы он совершил полный оборот в вертикальной плоскости?

**9.7.3** [ДВИ] Шарик массой  $m$ , подвешенный на невесомой нерастяжимой нити, отклонили от вертикали на угол  $\varphi_0$  и отпустили без начальной скорости. Найдите силу натяжения нити  $T$  как функцию угла отклонения шарика от вертикали  $\varphi$ .

**9.7.4** [ОГЭ] Конькобежец массой  $M = 70$  кг, стоя на льду, бросает в горизонтальном направлении шайбу массой  $m = 0,3$  кг со скоростью  $v = 40$  м/с. На какое расстояние  $S$  откатится конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед  $\mu = 0,02$ ?

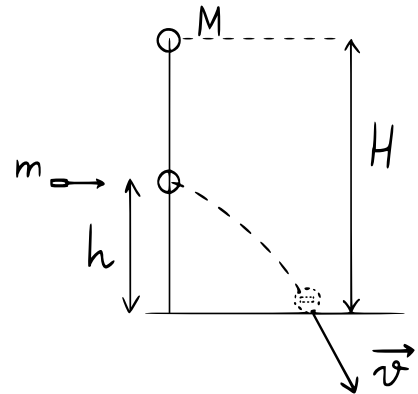
**9.7.5** [ОГЭ] Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении предмет массой 2 кг со скоростью 15 м/с относительно льда и откатывается в обратном направлении на 40 см. Найдите массу конькобежца, если коэффициент трения коньков о лед 0,02.

**9.7.6** Дом стоит на краю поля. С балкона с высоты 5 м мальчик бросил камешек в горизонтальном направлении. Начальная скорость камешка 7 м/с, его масса 0,1 кг. Какова кинетическая энергия камешка через 2 с после броска?

**9.7.7** [ЕГЭ] С высоты  $h$  по наклонной плоскости из состояния покоя соскальзывает брусок массой  $m$ . Длина наклонной плоскости равна  $S$ , а коэффициент трения между бруском и плоскостью равен  $\mu$ . Найдите силу трения, действующую на брусок, и время движения бруска.

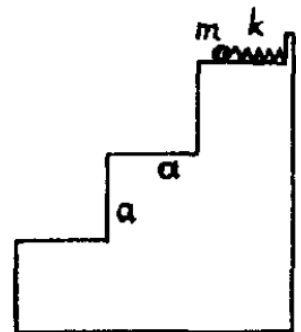
**9.7.8** [ЕГЭ] С высоты  $h$  по наклонной плоскости из состояния покоя соскальзывает брусок массой  $m$ . Длина наклонной плоскости равна  $S$ , а коэффициент трения между бруском и плоскостью равен  $\mu$ . Найдите скорость бруска в конце плоскости и равнодействующую всех сил, действующих на брусок.

◇ **9.7.9** [ЕГЭ] Шар массой  $M = 1$  кг свободно падает с высоты  $H = 10$  м без начальной скорости. На высоте  $h = H/2$  в шар попадает и застревает в нем горизонтально летевшая пуля массой  $m = 10$  г. Найдите начальную скорость пули, если скорость шара с застрявшей в нем пулей перед соударением с полом  $v = 15$  м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.



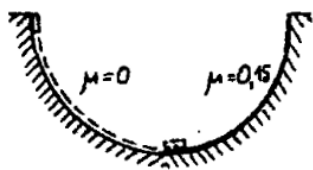
**9.7.10** [ЕГЭ] На последнем автосалоне в Детройте фирма «Мерседес» представила новый родстер с двигателем объемом 4,7 литра, способный разогнаться от 0 до 100 км/ч за 4,8 секунды. Считая, что процесс разгона происходит по горизонтали и является равноускоренным, определите, под каким углом к горизонту направлена сила, действующая на водителя со стороны сиденья во время такого разгона.

◇ **9.7.11** [М-1.1.26] Лестница состоит из трех одинаковых гладких ступенек ширины  $a = 30$  см и такой же высоты. На верхней ступеньке расположена в плоскости рисунка невесомая пружина жесткостью  $k = 30$  Н/м, правым концом прикрепленная к неподвижной стенке, а левым упирающаяся в лежащий на ступеньке маленький шарик массой  $m = 100$  г. Шарик сдвигают вправо, сжимая пружину, после чего отпускают без начальной скорости. До какой максимальной величины  $\Delta\ell$  можно сжать пружину, чтобы выпущенный шарик по одному разу коснулся средней и нижней ступенек? Удар шарика о ступеньку считать абсолютно упругим, трение и сопротивление воздуха не учитывать. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



**9.7.12** [ЕГЭ] Шарик скользит без трения по наклонному желобу, а затем движется по «мертвой петле» радиуса  $R$ . С какой силой давит шарик на желоб в нижней точке петли, если масса шарика 100 г, а высота, с которой его отпускают, равна  $4R$ , считая от нижней точки петли?

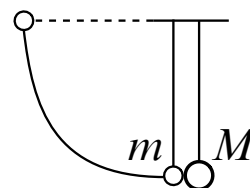
◇ 9.7.13 ≈ [М-1.2.30] Маленькое тело соскальзывает без начальной скорости по внутренней поверхности полусферы с высоты, равной ее радиусу. Одна



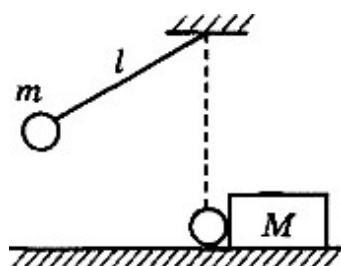
половина полусферы абсолютно гладкая, а другая — шероховатая, причем на этой половине коэффициент трения между телом и поверхностью  $\mu = 0,15$ . Определить ускорение  $a$  тела в тот момент, когда оно только перейдет на шероховатую поверхность. Какой угол  $\alpha$  образует с вертикалью ускорение в этот момент времени? Ускорение свободного падения принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

Какой угол  $\alpha$  образует с вертикалью ускорение в этот момент времени? Ускорение свободного падения принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

◇ 9.7.14 [ЕГЭ] Два шарика висят, соприкасаясь, на вертикальных нитях длиной  $\ell = 1,5 \text{ м}$  (см. рисунок). Левый шарик отклоняют на угол  $90^\circ$  и отпускают с начальной скоростью, равной нулю. Массы шариков  $m = 0,1 \text{ кг}$  и  $M = 0,2 \text{ кг}$ . Какое количество теплоты выделится в результате абсолютно неупругого удара шариков?



◇ 9.7.15 [ЕГЭ] Маленький шарик массой  $m = 0,25 \text{ кг}$  подвешен на легкой нерастяжимой нити длиной  $\ell = 0,8 \text{ м}$ , которая разрывается при некоторой силе натяжения  $T_0$ . Шарик отведен от положения равновесия (оно показано на рисунке пунктиром) и отпущен. Когда шарик проходит положение равновесия,

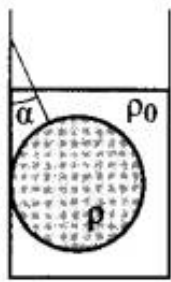
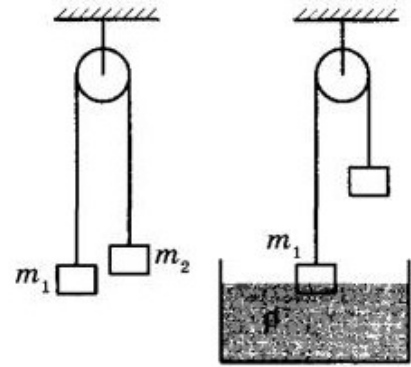


нить обрывается, и шарик тут же абсолютно неупруго сталкивается с бруском массой  $M = 2,75 \text{ кг}$ , лежащим неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности стола. Скорость бруска после удара  $u = 0,4 \text{ м/с}$ . Определите величину силы  $T_0$ . Считать, что брусок после удара движется поступательно.

9.7.16 [ЕГЭ] На краю стола высотой  $h = 1,25 \text{ м}$  лежит пластилиновый шарик массой  $m = 100 \text{ г}$ . На него со стороны стола налетает по горизонтали другой пластилиновый шарик, имеющий скорость  $v = 0,9 \text{ м/с}$ . Какой должна быть масса  $M$  налетающего шарика, чтобы точка приземления шариков на пол была дальше от стола, чем заданное расстояние  $L = 0,3 \text{ м}$ ? Удар считать центральным.

9.7.17 [ЕГЭ] По гладкой наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом, скользит из состояния покоя брусок массой  $M = 300 \text{ г}$ . В тот момент, когда брусок прошел по наклонной плоскости расстояние  $x = 3,6 \text{ м}$ , в него попала и застряла в нем летящая навстречу ему вдоль наклонной плоскости пуля. Скорость пули  $v = 500 \text{ м/с}$ , масса пули  $m = 5 \text{ г}$ . После попадания пули брусок поднялся вверх вдоль наклонной плоскости на некоторое расстояние  $S$  от места удара. Определите расстояние  $S$ . Трение бруска о плоскость не учитывать.

◇ **9.7.18** [ЕГЭ] Два тела подвешены за нерастяжимую и невесомую нить к идеальному блоку, как показано на рисунке. При этом первое тело массой  $m_1 = 500$  г движется из состояния покоя вниз с ускорением  $a$ . Если первое тело опустить в воду плотностью  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, находящуюся в большом объеме, система будет находиться в равновесии. При этом объем погруженной в воду части тела равен  $V = 1,5 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>. Сделайте рисунки с указанием сил, действующих на тела в обоих случаях. Определите ускорение  $a$  первого тела.



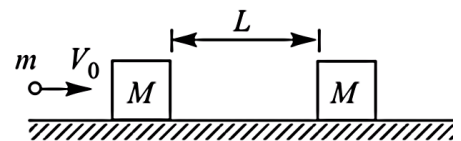
◇ **9.7.19** [ЕГЭ] Свинцовый шар массой 4 кг подвешен на нити и полностью погружен в воду (см. рисунок). Нить образует с вертикалью угол  $\alpha = 30^\circ$ . Определите силу, с которой нить действует на шар. Плотность свинца  $\rho = 11300$  кг/м<sup>3</sup>. Трением шара о стенку пренебречь. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на шар.

**9.7.20** [ЕГЭ] От удара копра массой 450 кг, падающего свободно с высоты 5 м, свая массой 150 кг погружается в грунт на 10 см. Определите силу сопротивления грунта, считая ее постоянной, а удар — абсолютно неупругим. Изменением потенциальной энергии сваи в поле тяготения Земли пренебречь.

**9.7.21** С помощью копра массой  $m$ , падающего с высоты  $H$ , забивают сваю массой  $M$ . Какова средняя сила сопротивления грунта, если при одном ударе свая погружается на  $\ell$ ? Удар считать абсолютно неупругим.

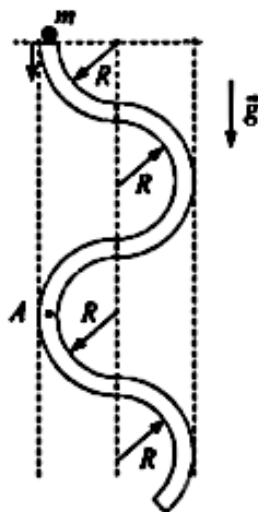
**9.7.22** [ЕГЭ] Снаряд, движущийся со скоростью  $v_0$ , разрывается на две равные части, одна из которых продолжает движение по направлению движения снаряда, а другая движется в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличивается за счет энергии взрыва на величину  $\Delta E$ . Скорость осколка, движущегося вперед по направлению движения снаряда, равна  $v_1$ . Найдите массу  $m$  осколка.

◇ **9.7.23** [М<sub>2</sub>-1.3.7] На гладком горизонтальном столе покоятся два одинаковых кубика массой  $M$  каждый. В центр левого кубика попадает пуля массой  $m$ , летящая горизонтально со скоростью  $V_0$ , направленной вдоль линии, соединяющей центры кубиков. Пробив насквозь левый кубик, пуля летит дальше со скоростью  $V_0/2$ , попадает в правый кубик и застревает в нем. Через какое время  $\tau$  после попадания пули в левый кубик кубики столкнутся, если начальное расстояние между ними равно  $L$ ? Размерами кубиков пренебречь.



**9.7.24** [дви] Олимпийская трасса для соревнований по бобслею в Лиллехаммере имеет перепад высот от старта до финиша  $h = 107$  м. На стартовом горизонтальном участке («полоса разгона») спортсмены разогнали боб до скорости  $v_0 = 6$  м/с, с которой пересекли линию старта. В конце спуска по ледяному желобу сразу после финиша используется специальное тормозное устройство для гашения скорости боба на горизонтальной поверхности. При этом коэффициент трения на участке торможения увеличивается пропорционально расстоянию  $x$  от линии финиша по закону  $\mu(x) = \alpha x$ , где  $\alpha$  — некоторый постоянный коэффициент. Определите величину  $\alpha$ , если тормозной путь боба составил  $S = 42$  м. Примите, что на участке трассы от конца полосы разгона до финиша за счет сил трения было потеряно  $\eta = 20\%$  механической энергии боба, а ускорение свободного падения равно  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**9.7.25** [м-1.5.1] Браслет массы  $M = 80$  г сделан из сплава золота и серебра. При погружении браслета в воду, находящуюся в сосуде с вертикальными стенками и площадью основания  $S = 25$  см<sup>2</sup>, уровень воды поднимается на  $h = 2$  мм. Найти массу золота, содержащегося в браслете. Объем сплава принять равным суммарному объему исходных компонентов. Плотность золота  $\rho_1 = 19,3$  г/см<sup>3</sup>, плотность серебра  $\rho_2 = 10,5$  г/см<sup>3</sup>.



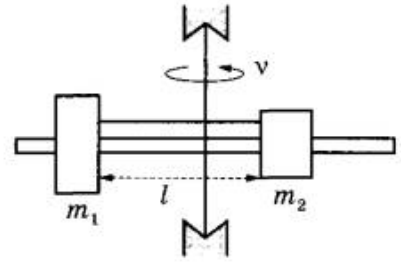
◇ **9.7.26** [егэ] В вертикальной плоскости расположена гладкая трубка, изогнутая периодически в виде дуг окружностей одинаковым радиусом  $R$  (см. рисунок). В верхнее отверстие трубки без начальной скорости запускают шарик массой  $m = 10$  г. С какой по модулю силой  $F$  шарик действует на трубку в точке  $A$  в конце первого периода своего движения по трубке?

**9.7.27** [егэ] Пуля летит горизонтально со скоростью  $v_0 = 160$  м/с, пробивает стоящую на горизонтальной шероховатой поверхности коробку и продолжает движение в прежнем направлении со скоростью  $v_0/4$ . Масса коробки в 12 раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между коробкой и поверхностью  $\mu = 0,3$ . На какое расстояние  $S$  переместится коробка к моменту, когда ее скорость уменьшится на 20%?

**9.7.28** [м-1.5.2] На поверхности воды плавает лист пенопласта, причем толщина погруженной в воду части  $h = 1$  см. Если положить на пенопласт груз массой  $M = 50$  кг, то высота выступающей над водой части пенопласта уменьшится на  $\Delta h = 5$  см. Чему равна масса  $m$  пенопласта?

**9.7.29** [М<sub>2</sub>-1.3.8] Два шарика массами  $m_1$  и  $m_2$ , покоящиеся на гладкой горизонтальной плоскости, связаны пружиной длиной  $\ell$  и жесткостью  $k$ . Шарикам массами  $m_1$  сообщили скорость  $V_0$  в направлении от шарика массой  $m_2$  вдоль линии, соединяющей их центры. На какое максимальное расстояние  $L$  удалятся шарика друг от друга?

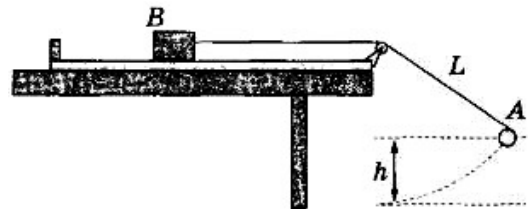
◇ **9.7.30** [ЕГЭ] На вертикальной оси укреплен гладкая горизонтальная штанга, по которой могут перемещаться два груза массами  $m_1 = 100$  г и  $m_2 = 400$  г, связанные нерастяжимой невесомой нитью длиной  $\ell$ . Нить закрепили на оси так, что грузы располагаются по разные стороны от оси и натяжение нити с обеих сторон от оси при вращении штанги одинаково (см. рисунок). При вращении штанги с частотой 900 об/мин модуль силы натяжения нити, соединяющей грузы,  $T = 150$  Н. Определите длину нити  $\ell$ .



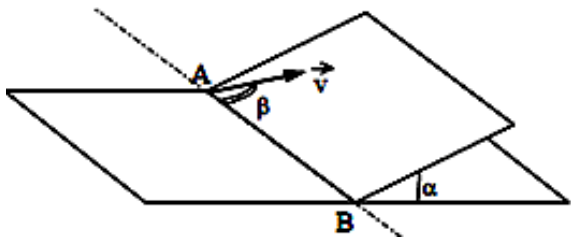
**9.7.31** Два шарика массами  $m_1$  и  $m_2$ , покоящиеся на гладкой горизонтальной плоскости, связаны пружиной длиной  $L$  и жесткостью  $k$ . Шарикам массами  $m_2$  сообщили скорость  $v_2$  в направлении к шарикам массами  $m_1$  вдоль линии, соединяющей их центры. На какое минимальное расстояние  $\ell$  сблизятся шарика?

**9.7.32** [ЕГЭ] Пластиновый шарик в момент  $t = 0$  бросают с горизонтальной поверхности земли с начальной скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Одновременно с некоторой высоты над поверхностью земли начинает падать из состояния покоя другой такой же шарик. Шарика абсолютно неупруго сталкиваются в воздухе. Сразу после столкновения скорость шариков направлена горизонтально. В какой момент времени  $\tau$  шарика упадут на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

◇ **9.7.33** [ЕГЭ] В установке, изображенной на рисунке, грузик  $A$  соединен перекинутой через блок нитью с бруском  $B$ , лежащим на горизонтальной поверхности трибометра, закрепленного на столе. Грузик отводят в сторону, приподняв его на высоту  $h$ , и отпускают. Длина свисающей части нити равна  $L$ . Какую величину должна превзойти масса грузика, чтобы брусок сдвинулся с места в момент прохождения грузиком нижней точки траектории? Масса бруска  $M$ , коэффициент трения между бруском и поверхностью  $\mu$ . Трением в блоке, а также размерами блока пренебречь.

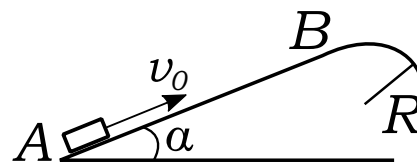


◇ 9.7.34 [ЕГЭ] Наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой  $AB$ . Угол между плоскостями  $\alpha = 30^\circ$ . Маленькая шайба начинает движение вверх по наклонной плоскости из точки  $A$  с начальной скоростью  $v_0 = 2$  м/с под углом  $\beta = 60^\circ$  к прямой  $AB$ . В ходе движения шайба съезжает на прямую  $AB$  в точке  $B$ . Пренебрегая трением между шайбой и наклонной плоскостью, найдите расстояние  $AB$ .



Угол между плоскостями  $\alpha = 30^\circ$ . Маленькая шайба начинает движение вверх по наклонной плоскости из точки  $A$  с начальной скоростью  $v_0 = 2$  м/с под углом  $\beta = 60^\circ$  к прямой  $AB$ . В ходе движения шайба съезжает на прямую  $AB$  в точке  $B$ . Пренебрегая трением между шайбой и наклонной плоскостью, найдите расстояние  $AB$ .

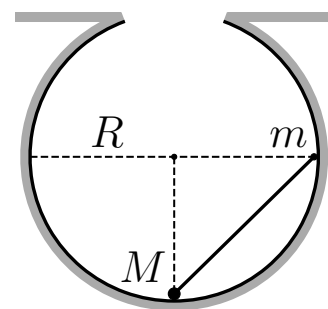
◇ 9.7.35 [ЕГЭ] Небольшая шайба после удара скользит вверх по наклонной плоскости из точки  $A$  (см. рисунок). В точке  $B$  наклонная плоскость без излома переходит в наружную поверхность горизонтальной трубы радиусом  $R$ . Если в точке  $A$  скорость шайбы превосходит  $v_0 = 4$  м/с, то в точке  $B$  шайба отрывается от опоры. Длина наклонной плоскости  $AB = L = 1$  м, угол  $\alpha = 30^\circ$ . Коэффициент трения между наклонной плоскостью и шайбой  $\mu = 0,2$ . Найдите внешний радиус трубы  $R$ .



9.7.36 [ЕГЭ] Маленький шарик падает сверху на наклонную плоскость и упруго отражается от нее. Угол наклона плоскости к горизонту равен  $30^\circ$ . На какое расстояние по горизонтали перемещается шарик между первым и вторым ударами о плоскость? Скорость шарика в момент первого удара направлена вертикально вниз и равна 1 м/с.

9.7.37 [ЕГЭ] Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна 500 м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной скорости снаряда. Второй осколок упал в этом же месте через 100 с после разрыва. Чему равно отношение массы первого осколка к массе второго осколка? Сопротивлением воздуха пренебречь.

◇ 9.7.38 [ЕГЭ] Небольшие шарики, массы которых  $m = 30$  г и  $M = 60$  г, соединены легким стержнем и помещены в гладкую сферическую выемку. В начальный момент шарики удерживаются в положении, изображенном на рисунке. Когда их отпустили без толчка, шарики стали скользить по поверхности выемки. Максимальная высота подъема шарика массой  $M$  относительно нижней точки выемки оказалась равной 12 см. Каков радиус выемки  $R$ ?





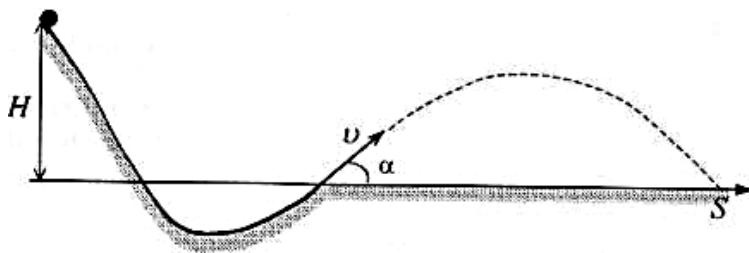
◇ **9.7.39** [ЕГЭ] Шарик массой  $M$  находится на дне большой выемки радиусом  $R$  и соединен невесомым стержнем с гладким шариком массой  $m$ , который находится на высоте  $R$  относительно дна выемки (см. рисунок для задачи 9.7.38). Система находится в покое. Найти коэффициент трения между шариком  $M$  и выемкой.

**9.7.40** [ЕГЭ] Небольшое тело массой  $0,99$  кг лежит на вершине гладкой закрепленной полусферы радиусом  $1$  м. В тело попадает пуля массой  $0,01$  кг, летящая горизонтально со скоростью  $200$  м/с, и застревает в нем. Пренебрегая смещением тела за время удара, определите высоту, на которой оно оторвется от поверхности полусферы.

**9.7.41** Тело массой  $m$  без начальной скорости съезжает с незакрепленной гладкой полусферы массой  $M$  и радиусом  $R$ . Найти высоту отрыва.

**9.7.42** [ЕГЭ] Кусок пластилина сталкивается со скользящим навстречу по горизонтальной поверхности стола бруском и прилипает к нему. Скорости пластилина и бруска перед ударом направлены противоположно и равны  $v_{\text{пл}} = 15$  м/с и  $v_{\text{бр}} = 5$  м/с. Масса бруска в 4 раза больше массы пластилина. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом  $\mu = 0,17$ . На какое расстояние переместятся слипшиеся брусок с пластилином к моменту, когда их скорость уменьшится на 30%?

◇ **9.7.43** [ЕГЭ] При выполнении трюка «Летающий велосипедист» гонщик движется по гладкому трамплину под действием силы тяжести, начиная



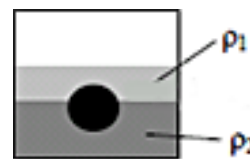
движение из состояния покоя с высоты  $H$  (см. рисунок). На краю трамплина скорость гонщика направлена под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Пролетев по воз-

духу, он приземлился на горизонтальный стол на той же высоте, что и край трамплина. Каково время полета?

◇ **9.7.44** [ЕГЭ] Шайба массой  $m = 100$  г начинает движение по желобу  $AB$  из точки  $A$  из состояния покоя. Точка  $A$  расположена выше точки  $B$  на высоте  $H$ . В процессе движения по желобу механическая энергия шайбы из-за трения уменьшается на величину  $\Delta E = 2$  Дж. В точке  $B$  шайба вылетает из желоба под углом  $\alpha = 15^\circ$  к горизонту и падает на землю в точке  $D$ , находящейся на одной горизонтали с точкой  $B$  (см. рисунок).  $BD = 4$  м. Найдите высоту  $H$ . Сопротивлением воздуха пренебречь.

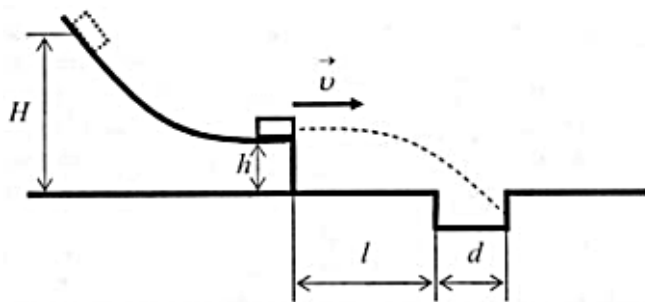


◇ **9.7.45** [ЕГЭ] На границе раздела двух несмешивающихся жидкостей, имеющих плотности  $\rho_1 = 900 \text{ кг/м}^3$  и  $\rho_2 = 3\rho_1$ , плавает шарик (см. рисунок). Какова должна быть плотность шарика  $\rho$ , чтобы выше границы раздела жидкостей была одна четверть его объема?



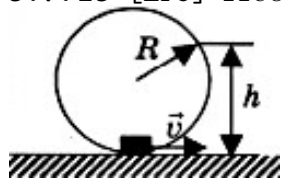
**9.7.46** На горизонтальную шероховатую ленту транспортера шириной  $L$ , движущуюся со скоростью  $v$ , въезжает шайба с такой же по модулю скоростью  $v$ , направленной перпендикулярно краю ленты. Шайба съезжает с другого края ленты со скоростью, направленной под углом  $\alpha = 45^\circ$ . Найдите коэффициент трения.

◇ **9.7.47** Маленькая шайба движется по гладкому трамплину из состояния покоя с высоты  $H = 5 \text{ м}$  над поверхностью Земли. На высоте  $h = 1 \text{ м}$  шайба отрывается от трамплина, причем в этот момент скорость шайбы направлена горизонтально (см. рисунок). Перед трамплином вырыта канава шириной  $d = 0,5 \text{ м}$ . Ближний край канавы находится на расстоянии  $\ell$  от стенки трамплина. При каких значениях  $\ell$  шайба упадет в канаву? Сопротивлением воздуха пренебречь. Считать, что шайба не может закатиться в канаву, если не упала в нее сразу.



**9.7.48** [ЕГЭ] Из пружинного пистолета выстрелили вертикально вниз в мишень, находящуюся на расстоянии  $2 \text{ м}$  от него. Совершив работу  $0,12 \text{ Дж}$ , пуля застряла в мишени. Какова масса пули, если пружина была сжата перед выстрелом на  $2 \text{ см}$ , а ее жесткость  $100 \text{ Н/м}$ ?

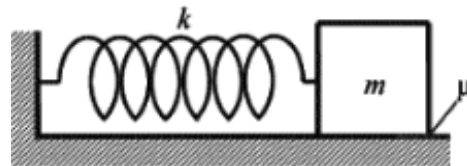
◇ **9.7.49** [ЕГЭ] Небольшая шайба после толчка приобретает скорость  $v = 2 \text{ м/с}$  и скользит по внутренней поверхности гладкого закрепленного кольца радиусом  $R = 0,14 \text{ м}$ . На какой высоте  $h$  шайба отрывается от кольца и начинает свободно падать?



**9.7.50** [ЕГЭ] В маленький шар, висющий на нити длиной  $\ell = 50 \text{ см}$ , попадает и застревает в нем горизонтально летящая со скоростью  $v_0 = 300 \text{ м/с}$  пуля массой  $m = 10 \text{ г}$ . Определите максимальную массу шара, при которой он после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**9.7.51** [ЕГЭ] В маленький шар массой  $M = 250$  г, висящий на вертикальном невесомом стержне длиной  $\ell = 50$  см, попадает и застревает в нем горизонтально летящая пуля массой  $m = 10$  г. При какой минимальной скорости пули шар после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости? Сопротивлением воздуха пренебречь.

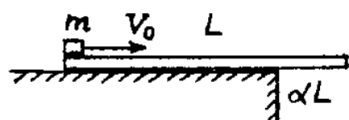
◇ **9.7.52** [ЕГЭ] К одному концу легкой пружины жесткостью  $k = 100$  Н/м прикреплен массивный груз, лежащий на горизонтальной плоскости, другой конец пружины закреплен неподвижно (см. рисунок). Коэффициент трения груза по плоскости  $\mu = 0,2$ . Груз смещают по горизонтали, растягивая пружину, затем отпускают с начальной скоростью, равной нулю. Груз движется в одном направлении и затем останавливается в положении, в котором пружина уже сжата. Максимальное растяжение пружины, при котором груз движется таким образом, равно  $d = 15$  см. Найдите массу  $m$  груза.



**9.7.53** [М-6.35] Маленький шарик, подвешенный на нити длины  $\ell = 1$  м, отклоняют от положения равновесия так, что нить составляет с вертикалью угол  $\alpha = 60^\circ$ , и отпускают без начальной скорости. В момент, когда шарик проходит положение равновесия, нить обрывается. Найти угол  $\beta$ , который составляет с вертикалью скорость шарика в момент падения на пол, если расстояние от точки подвеса нити до пола  $h = 2,5$  м.

**9.7.54** Брусок массой  $m_1 = 500$  г соскальзывает по наклонной плоскости с высоты  $h = 0,8$  м и, двигаясь по горизонтальной поверхности, сталкивается с неподвижным бруском массой  $m_2 = 300$  г. Считая столкновение абсолютно неупругим, определите общую кинетическую энергию брусков после столкновения. Трением при движении пренебречь. Считать, что наклонная плоскость плавно переходит в горизонтальную.

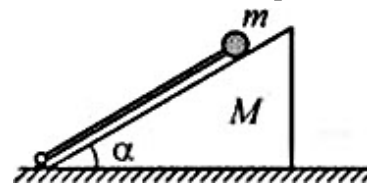
◇ **9.7.55** [М-6.39] На шероховатом столе лежит доска массой  $M = 1$  кг и длиной  $L = 0,5$  м так, что за край стола выступает ее часть длиной  $\alpha L$ , где  $\alpha = 1/4$ . Какую минимальную скорость  $V_0$  нужно сообщить маленькому бруску



массой  $m = 1$  кг, находящемуся на левом конце доски, чтобы в результате его перемещения левый конец доски приподнялся над столом? Коэффициент трения между

бруском и доской  $\mu = 0,1$ . Доска при движении бруска не скользит по столу. Толщиной доски пренебречь, ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

◇ **9.7.56** [ЕГЭ] На горизонтальной плоскости стоит клин массой  $M$  с углом при основании  $\alpha = 30^\circ$ . Вдоль наклонной плоскости клина расположена легкая штанга, нижний конец которой укреплен в шарнире, находящемся на горизонтальной плоскости, а к верхнему концу прикреплен маленький шарик массой  $m$ , касающийся клина (см. рисунок). Систему освобождают, и она начинает движение, во время которого шарик сохраняет контакт с клином. На какой максимальный угол  $\beta$  штанга отклонится от горизонтали после того, как клин отъедет от нее? Трением пренебречь, удар шарика о горизонтальную плоскость считать абсолютно упругим.

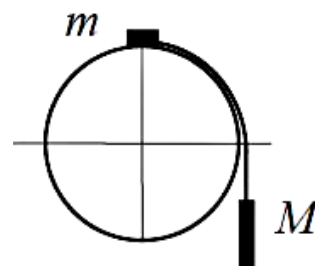


**9.7.57** [ЕГЭ] Шар массой 1 кг, подвешенный на нити длиной 90 см, отводят от положения равновесия на угол  $60^\circ$  и отпускают. В момент прохождения шаром положения равновесия в него попадает пуля массой 10 г, летящая навстречу шару со скоростью 300 м/с. Она пробивает его и вылетает горизонтально со скоростью 200 м/с, после чего шар продолжает движение в прежнем направлении. На какой максимальный угол отклонится шар после попадания в него пули? Массу шара считать неизменной, диаметр шара пренебрежимо малым по сравнению с длиной нити.

**9.7.58** Свинцовый шар массы  $M = 500$  г, движущийся со скоростью  $v = 10$  м/с, соударяется с неподвижным шаром из воска, имеющим массу  $m = 200$  г, после чего оба шара движутся вместе поступательно. Найти кинетическую энергию  $W_k$  шаров после соударения.

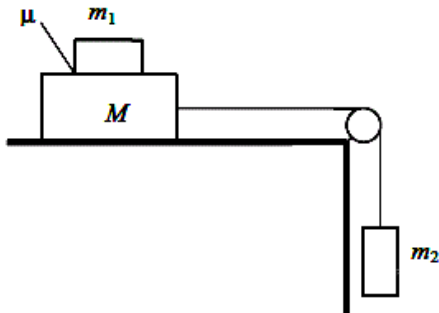
**9.7.59** [ЕГЭ] На космическом аппарате, находящемся вдали от Земли, начал работать реактивный двигатель. Из сопла ракеты каждую секунду выбрасывается 2 кг газа ( $\Delta m/\Delta t = 2$  кг/с) со скоростью  $v = 500$  м/с. Исходная масса аппарата  $M = 500$  кг. Какой будет скорость  $v_1$  аппарата через  $t = 6$  с после старта? Начальную скорость аппарата принять равной нулю. Изменением массы аппарата за время движения пренебречь.

◇ **9.7.60** [ЕГЭ] Система из грузов массами  $m$  и  $M$  и связывающей их легкой нерастяжимой нити в начальный момент покоится в вертикальной плоскости, проходящей через центр закрепленной сферы. Груз  $m$  находится в точке  $A$  на вершине сферы (см. рисунок). В ходе возникшего движения груз  $m$  отрывается от поверхности сферы, пройдя по ней дугу  $30^\circ$ . Найдите массу  $m$ , если  $M = 100$  г. Размеры груза  $m$  ничтожно малы по сравнению с радиусом сферы. Трением пренебречь. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на грузы.



**9.7.61** [ЕГЭ] На космическом аппарате, находящемся вдали от Земли, начал работать реактивный двигатель. Из сопла ракеты каждую секунду выбрасывается 2 кг газа ( $\Delta m/\Delta t = 2$  кг/с) со скоростью  $v = 500$  м/с. Исходная масса аппарата  $M = 500$  кг. Какую скорость приобретет аппарат, пройдя расстояние  $S = 36$  м? Начальную скорость аппарата принять равной нулю. Изменением массы аппарата за время движения пренебречь.

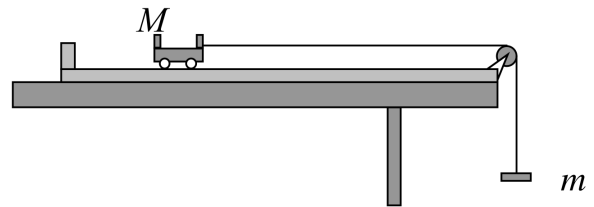
◇ **9.7.62** [ЕГЭ] Система грузов  $M$ ,  $m_1$  и  $m_2$ , показанная на рисунке, движется из состояния покоя. Поверхность стола — горизонтальная гладкая.



Коэффициент трения между грузами  $M$  и  $m_1$  равен  $\mu = 0,3$ . Грузы  $M$  и  $m_2$  связаны легкой нерастяжимой нитью, которая скользит по блоку без трения. Пусть  $M = 2,4$  кг,  $m_1 = m_2 = m$ . При каких значениях  $m$  грузы  $M$  и  $m_1$  движутся как одно целое? Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на грузы.

**9.7.63** [Б-4.19] На концах и в середине невесомого стержня длиной  $\ell$  расположены одинаковые шарики. Стержень ставят вертикально и отпускают. Считая, что трение между плоскостью и нижним шариком отсутствует, найти скорость верхнего шарика в момент удара о горизонтальную поверхность.

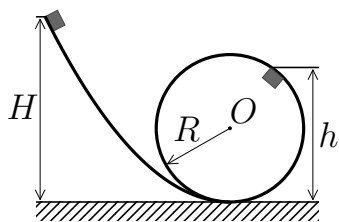
◇ **9.7.64** [ЕГЭ] В установке, изображенной на рисунке, масса грузика  $m$  подобрана так, что первоначально покоящаяся тележка после толчка вправо движется равномерно по поверхности трибометра. Во сколько раз масса грузика  $m$  меньше массы тележки  $M$ , если после толчка влево тележка движется с ускорением  $2$  м/с<sup>2</sup>? Блок идеален. Нить невесома и нерастяжима. Силу сопротивления движению тележки считать постоянной и одинаковой в обоих случаях.



**9.7.65** [ЕГЭ] В аттракционе человек массой 70 кг движется на тележке по рельсам и совершает «мертвую петлю» в вертикальной плоскости. Каков радиус круговой траектории, если в верхней точке сила давления человека на сидение тележки равна 700 Н при скорости движения тележки 10 м/с?

**9.7.66** Груз массой 25 кг висит на шнуре длиной 2,5 м. На какую наибольшую высоту можно отвести в сторону груз, чтобы при дальнейших свободных колебаниях шнур не оборвался? Максимальная сила натяжения, которую выдерживает шнур, не обрываясь, равна 550 Н.

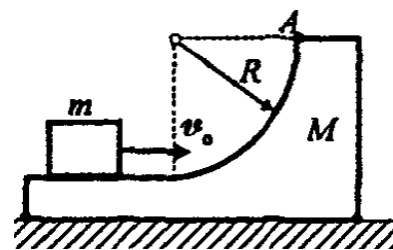
◇ 9.7.67 [ЕГЭ] Небольшой кубик массой  $m = 1,5$  кг начинает скользить с нулевой начальной скоростью по гладкой горке, переходящей в «мертвую петлю» радиусом  $R = 1,5$  м (см. рисунок). С какой высоты  $H$  был отпущен кубик, если на высоте  $h = 2$  м от нижней точки петли сила давления кубика на стенку петли  $F = 4$  Н? Сделайте рисунок с указанием сил, поясняющий решение.



С какой высоты  $H$  был отпущен кубик, если на высоте  $h = 2$  м от нижней точки петли сила давления кубика на стенку петли  $F = 4$  Н? Сделайте рисунок с указанием сил, поясняющий решение.

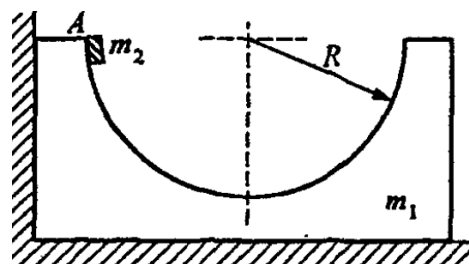
9.7.68 Начальная скорость пули 600 м/с, ее масса 10 г. Под каким углом к горизонту она вылетела из дула ружья, если ее кинетическая энергия в высшей точке траектории равна 450 Дж?

◇ 9.7.69 [Б-5.3] Преграда массой  $M = 10$  кг, имеющая цилиндрическую поверхность с радиусом  $R = 0,2$  м, расположена на горизонтальной плоскости. Тело массой  $m = 1$  кг с начальной горизонтальной скоростью  $v_0 = 3$  м/с, скользя, поднимается по цилиндрической поверхности. Определить скорость тела на высоте, равной радиусу  $R$  (в точке  $A$ ). Трением пренебречь.

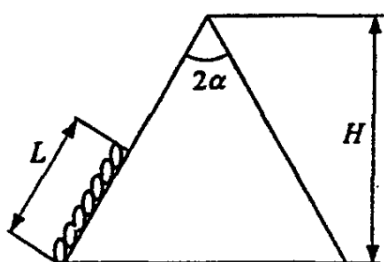


9.7.70 Пружинное ружье выстреливает шарик вертикально вверх на высоту 30 см, если пружина сжата на 1 см. Какова начальная скорость полета шарика? На какую высоту поднимается шарик, если эту пружину сжать на 3 см?

◇ 9.7.71 [Б-5.4] На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массой  $m_1$  с углублением полусферической формы радиусом  $R$ . Из точки  $A$  без трения соскальзывает маленькая шайба массой  $m_2$ . Найти максимальную скорость бруска при его последующем движении.

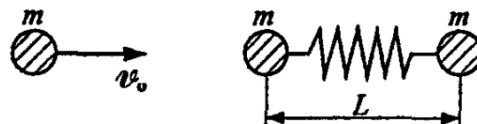


◇ 9.7.72 [Б-5.5] Гибкая однородная цепь длиной  $L$  может двигаться по желобу, имеющему форму равнобедренного треугольника с углом  $2\alpha$  при вершине и расположенному в вертикальной плоскости. Трение отсутствует. Предполагается, что цепь прилегает к желобу. Найти наименьшую начальную скорость цепи, необходимую для преодоления такой горки. В начальный момент времени положение цепи показано на рисунке.

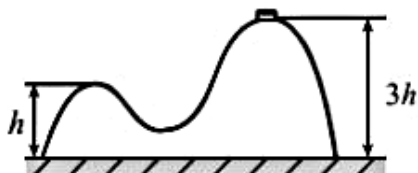


**9.7.73** Ядро массой 15 кг, летевшее горизонтально со скоростью 10 м/с, разорвалось на два осколка. Скорость осколка массой 5 кг равна 70 м/с и направлена так же, как и скорость ядра до разрыва. Найдите скорость и направление движения большего осколка.

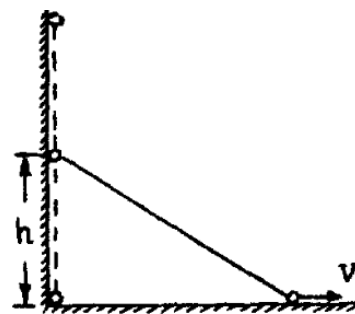
◇ **9.7.74** [Б-5.6] Два шарика с одинаковой массой  $m$  соединены невесомой пружиной жесткости  $k$  и длиной  $L$  и лежат неподвижно на гладком горизонтальном столе. Третий шарик массой  $m$  движется со скоростью  $v_0$  по линии, соединяющей центры первых двух, и упруго соударяется с одним из них. Предполагая, что время соударения шариков мало по сравнению с временем деформации пружины, определить максимальное расстояние между первыми двумя шариками при их дальнейшем движении.



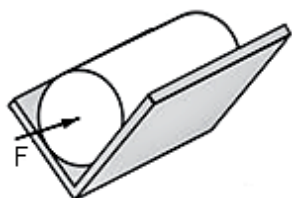
◇ **9.7.75** [ЕГЭ] Горка с двумя вершинами, высоты которых  $h$  и  $3h$ , покоится на гладкой горизонтальной поверхности стола (см. рисунок). На правой вершине горки находится шайба, масса которой в 12 раз меньше массы горки. От незначительного толчка шайба и горка приходят в движение, причем шайба движется влево, не отрываясь от гладкой поверхности горки, а поступательно движущаяся горка не отрывается от стола. Найдите скорость горки в тот момент, когда шайба окажется на левой вершине горки.



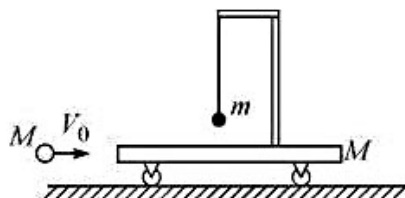
◇ **9.7.76** [М-1.3.42] Два одинаковых маленьких шарика соединены невесомым жестким стержнем длиной  $\ell = 60$  см. Стержень стоит вертикально вплотную к вертикальной плоскости. При смещении нижнего шарика вправо на малое расстояние система из шариков приходит в движение в плоскости рисунка. Найти скорость нижнего шарика  $V$  в момент времени, когда верхний шарик находится на высоте  $h = 40$  см над горизонтальной плоскостью. Считать, что при движении шарики не отрываются от плоскостей, трением пренебречь. Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



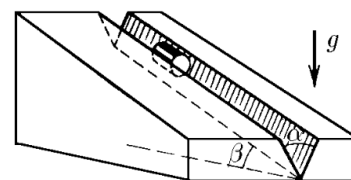
**9.7.77** [ЕГЭ] Полый конус с углом при вершине  $2\alpha$  вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси, совпадающей с его осью симметрии. Вершина конуса обращена вверх. На внешней поверхности конуса находится небольшая шайба, коэффициент трения которой о поверхность конуса равен  $\mu$ . При каком максимальном расстоянии  $L$  от вершины шайба будет неподвижна относительно конуса? Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на шайбу.



К задаче 9.7.78



К задаче 9.7.79



К задаче 9.7.80

◇ **9.7.78** [ЕГЭ] Из двух равных досок сделан желоб, представляющий собой двугранный угол с раствором  $2\alpha = 90^\circ$ . Желоб закреплен так, что его ребро горизонтально, а доски симметричны относительно вертикали. В желобе на боковой поверхности лежит цилиндр массой  $m = 1$  кг. Коэффициент трения между досками и цилиндром равен  $\mu = 0,2$ . К торцу цилиндра приложена горизонтально направленная сила  $F = 3$  Н. Найдите модуль ускорения цилиндра.

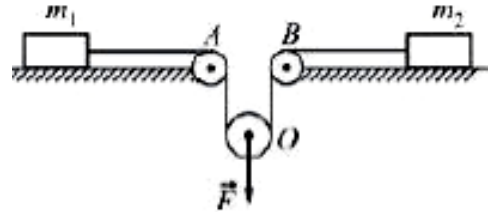
◇ **9.7.79** [ЕГЭ] На тележке массой  $M = 400$  г, которая может кататься без трения по горизонтальной плоскости, имеется легкий кронштейн, на котором подвешен на нити маленький шарик массой  $m = 100$  г. На тележку по горизонтали налетает и абсолютно упруго сталкивается с ней шар массой  $M$ , летящий со скоростью  $V_0 = 2$  м/с (см. рисунок). Чему будет равен модуль скорости тележки в тот момент, когда нить, на которой подвешен шарик, отклонится на максимальный угол от вертикали? Длительность столкновения шара с тележкой считать очень малой.

◇ **9.7.80** [С-2.1.24] Цилиндр скользит по желобу, имеющему вид двугранного угла с раствором  $\alpha$ . Ребро двугранного угла наклонено под углом  $\beta$  к горизонту. Плоскости двугранного угла образуют одинаковые углы с горизонтом. Определите ускорение цилиндра. Коэффициент трения между цилиндром и поверхностью желоба  $\mu$ .

**9.7.81** [ЕГЭ] Два абсолютно упругих шарика подвешены на длинных нерастяжимых вертикальных нитях одинаковой длины так, что центры шариков находятся на одной высоте и шарики касаются друг друга. Вначале отклоняют в сторону в плоскости нитей легкий шарик, отпускают его, и после лобового удара о тяжелый шар легкий шарик отскакивает и поднимается на некоторую высоту  $h$ . Затем такой же опыт проводят, отклоняя из начального положения на ту же высоту тяжелый шар. Во сколько раз высота подъема легкого шарика после удара по нему тяжелым шаром будет отличаться от той, что была в первом случае? Масса легкого шарика намного меньше массы тяжелого, потерями энергии можно пренебречь. Ответ поясните, опираясь на законы механики.

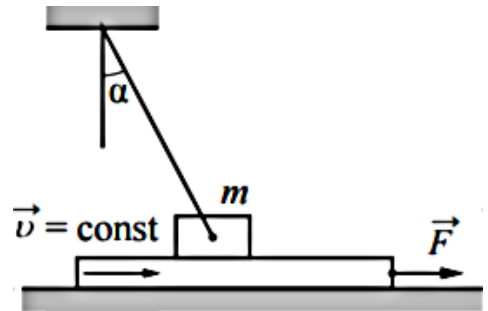


◇ **9.7.82** [ЕГЭ] На гладкой горизонтальной плоскости лежат два груза массами  $m_1 = 0,5$  кг и  $m_2 = 2$  кг, соединенные невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через два неподвижных ( $A$  и  $B$ ) и один подвижный ( $O$ ) невесомые блоки, как показано на рисунке. Оси блоков горизонтальны, трения в осях блоков нет. К оси  $O$  подвижного блока приложена направленная вертикально вниз сила  $F = 4$  Н. Найдите ускорение этой оси. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на грузы и блок.

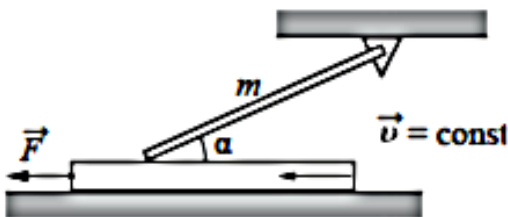


**9.7.83** [ЕГЭ] Два одинаковых груза массой  $M = 100$  г каждый подвешены на концах невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок с неподвижной осью. На один из них кладут перегрузок массой  $m = 20$  г, после чего система приходит в движение. Найдите модуль силы  $F$ , действующей на ось блока во время движения грузов. Трением пренебречь.

◇ **9.7.84** [ЕГЭ] Брусок массой  $m = 1$  кг, привязанный к потолку легкой нитью, опирается на массивную горизонтальную доску. Под действием горизонтальной силы  $\vec{F}$  доска движется поступательно вправо с постоянной скоростью. Брусок при этом неподвижен, а нить образует с вертикалью угол  $\alpha = 30^\circ$  (см. рисунок). Найдите  $F$ , если коэффициент трения бруска по доске  $\mu = 0,2$ . Трением доски по опоре пренебречь.

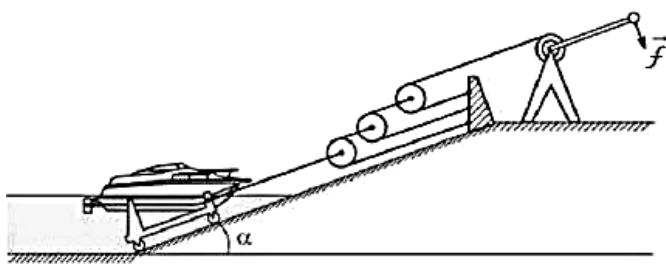


◇ **9.7.85** [ЕГЭ] Однородный тонкий стержень массой  $m = 1$  кг одним концом шарнирно прикреплен к потолку, а другим концом опирается на массивную горизонтальную доску, образуя с ней угол  $\alpha = 30^\circ$ . Под действием горизонтальной силы  $F$  доска движется поступательно влево с постоянной скоростью (см. рисунок). Стержень при этом неподвижен. Найдите  $F$ , если коэффициент трения стержня по доске  $\mu = 0,2$ . Трением доски по опоре и трением в шарнире пренебречь.



**9.7.86** [ЕГЭ] С высоты  $H$  над землей начинает свободно падать стальной шарик, который через время  $t = 0,4$  с сталкивается с плитой, наклоненной под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. После абсолютно упругого удара он движется по траектории, верхняя точка которой находится на высоте  $h = 1,4$  м над землей. Чему равна высота  $H$ ? Сделайте схематический рисунок, поясняющий решение.

◇ **9.7.87** [ЕГЭ] На зиму в подмосковном яхт-клубе катера и яхты вытаскивают на берег по бетонному «слипу», то есть по наклонной плоскости, уходящей под воду. Под плавающее судно помещают под водой легкую тележку, которая практически без трения



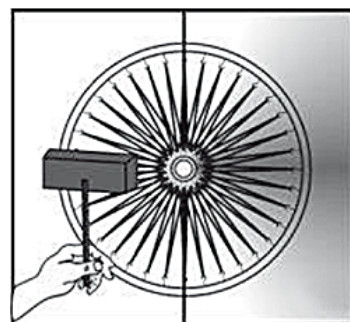
может кататься по слипу, и при помощи лебедки и системы блоков вытаскивают судно, поднимая его над уровнем воды (см. рисунок). Найдите максимальную силу  $f$ , которую

необходимо прикладывать к ручке лебедки, чтобы медленно вытащить из воды судно водоизмещением 10 т при помощи показанной на рисунке системы простых механизмов, если лебедка дает выигрыш в силе в  $n = 5$  раз, а угол наклона слипа к горизонту равен  $\alpha = 0,1$  рад. Трением можно пренебречь.

## Качественные задачи

**9.8.1** [ЕГЭ] Деревянный брусок плавает на поверхности воды в миске. Миска покоится на поверхности Земли. Что произойдет с глубиной погружения бруска в воду, если миска будет стоять на полу лифта, который движется с ускорением, направленным вертикально вверх? Ответ поясните, используя физические закономерности.

◇ **9.8.2** [ЕГЭ] Велосипедное колесо, у которого вместо металлических спиц обод удерживают натянутые резинки, установлено в вертикальной плоскости и может свободно вращаться вокруг своей горизонтальной оси, зажатой в штативе. К неподвижному колесу подносят слева мощную лампу и начинают нагревать резиновые «спицы» (см. рисунок). Резина, в отличие от металла, при нагревании не расширяется, а сжимается. Опишите, опираясь на известные физические законы, что будет происходить с резинками, и как колесо будет двигаться.

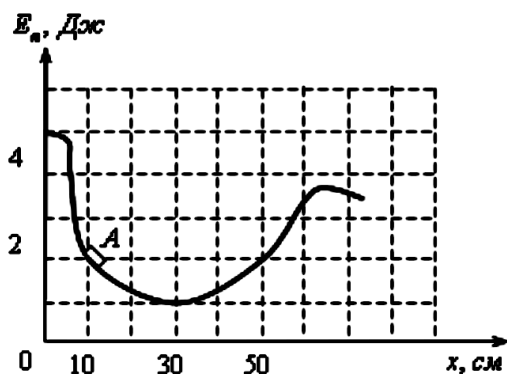


◇ **9.8.3** [ЕГЭ] Маленькая шайба движется из состояния покоя по неподвижной гладкой сферической поверхности радиусом  $R$ . Начальное положение шайбы находится на высоте  $R/2$  относительно нижней точки поверхности.

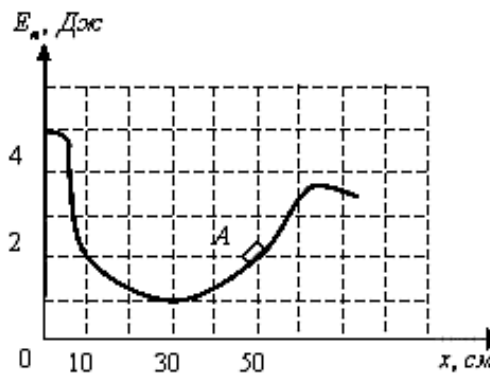


Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на шайбу в момент, когда она движется вправо-вверх, находясь на высоте  $R/6$  над нижней точкой поверхности (см. рисунок). Покажите на этом рисунке, куда направлено в этот момент ускорение шайбы (по радиусу поверхности, по касательной к поверхности, внутрь поверхности, наружу от поверхности). Ответ обоснуйте. Сопротивление воздуха не учитывать.

**9.8.4** Как направлена сила трения, действующая на ведущие колеса автомобиля, при разгоне (а), торможении (б), повороте (в)? Равна ли эта сила своему максимальному значению  $\mu N$  ( $\mu$  — коэффициент трения,  $N$  — сила реакции полотна дороги)? Если да, то в каких ситуациях? Хорошо или плохо, если сила трения достигает своего максимального значения?



К задаче 9.8.5

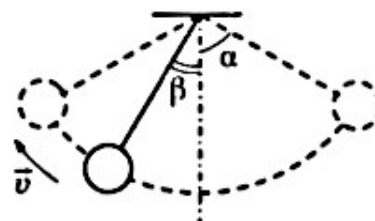


К задаче 9.8.6

◇ **9.8.5** [ЕГЭ] После толчка льдинка закатилась в яму с гладкими стенками, в которой она может двигаться практически без трения. На рисунке приведен график зависимости энергии взаимодействия льдинки с Землей от ее координаты в яме. В некоторый момент времени льдинка находилась в точке  $A$  с координатой  $x = 10$  см и двигалась влево, имея кинетическую энергию, равную 2 Дж. Сможет ли льдинка выскользнуть из ямы? Ответ поясните, указав, какие физические закономерности вы использовали для объяснения.

◇ **9.8.6** [ЕГЭ] После толчка льдинка закатилась в яму с гладкими стенками, в которой она может двигаться практически без трения. На рисунке приведен график зависимости энергии взаимодействия льдинки с Землей от ее координаты в яме. В некоторый момент времени льдинка находилась в точке  $A$  с координатой  $x = 50$  см и двигалась влево, имея кинетическую энергию, равную 2 Дж. Сможет ли льдинка выскользнуть из ямы? Ответ поясните, указав, какие физические закономерности вы использовали для объяснения.

◇ **9.8.7** [ЕГЭ] Маленький шарик, подвешенный к потолку на легкой нерастяжимой нити, совершает колебания в вертикальной плоскости. Максимальное отклонение нити от вертикали составляет угол  $\alpha = 60^\circ$ . Сделайте рисунок с указанием сил, приложенных к шарiku в тот момент, когда шарик движется влево вверх, а нить образует угол  $\beta = 30^\circ$  с вертикалью (см. рисунок). Покажите на этом рисунке, куда направлено в этот момент ускорение шарика (по нити, перпендикулярно нити, внутрь траектории, наружу от траектории). Ответ обоснуйте. Сопротивление воздуха не учитывать.



**9.8.8\*** Какой автомобиль при одинаковой мощности мотора может развивать на дороге большую мощность, переднеприводный или заднеприводный? Считать, что масса автомобиля распределена равномерно, а центр его тяжести находится посередине.

# ОТВЕТЫ

$$8.1.47 \quad c_T = \frac{(c_B m_B + c_L m_K)(\theta - t_0)}{m_T(t_T - \theta)} \approx 930 \text{ Дж}/(\text{кг } ^\circ\text{C})$$

$$8.1.53 \quad t = 26^\circ\text{C}$$

$$8.1.55 \quad t_B = \theta + \frac{C}{c_B m_B(\theta - t_T)} \approx 32^\circ\text{C}$$

$$8.1.80 \quad 385 \text{ г воды и } 315 \text{ г льда при температуре } 0^\circ\text{C}$$

$$8.1.81 \quad 0,63$$

$$8.1.89 \quad 84 \text{ г}$$

$$8.1.100 \quad m_{\text{CH}} = \frac{c(m(t - \theta) - m_K \theta)}{\lambda} \approx 173 \text{ г}, m_B = m_K - m_{\text{CH}} \approx 77 \text{ г}$$

$$8.1.102 \quad M = 3 \text{ кг}$$

$$8.1.103 \quad t_0 = \frac{\lambda h(\rho - \rho_L)}{cH(\rho + \rho_L)} \approx 37,7^\circ\text{C}$$

$$8.1.109 \quad 0,1$$

$$8.1.120 \quad t = 16^\circ\text{C}$$

$$8.1.127 \quad \eta \approx 46\%$$

$$8.1.131 \quad h = \frac{1}{\rho_2 \lambda} \cdot \left( \frac{4}{3} \rho_1 R c t_1 - \frac{2}{3} \rho_2 R \lambda \right)$$

$$8.1.133 \quad V_1' = V_1 \cdot \frac{T_1 - T_2}{\alpha T_1 - T_2}$$

$$8.1.134 \quad v = \frac{P}{\rho LS} = 5 \text{ см/с}$$

$$8.1.135 \quad \tau_3 = 4,5 \text{ мин}$$

**8.2.12** Шар создает неоднородное электрическое поле, в нем электроны уходят на дальний конец трубочки. Заряженный положительно край трубочки испытывает более сильное притяжение к шару, чем отрицательно заряженный — отталкивание. Трубочка притянется и коснется шара. Получив от него отрицательный заряд, она оттолкнется и в конце концов остановится в положении равновесия, где равнодействующая всех сил равна нулю.

$$8.2.48 \quad U_2 = 0,1 \text{ В}$$

**8.2.49** На 5 частей

$$8.2.69 \quad I = 2,4 \text{ А}$$

**8.2.95** Увеличится.

$$8.4.80 \quad F = \frac{L^2 - a^2}{4L}$$

$$9.1.1 \quad v_{\text{ср}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$9.1.2 \quad v_{\text{ср}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

$$9.1.3 \quad v_{\text{са}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 48 \text{ км/ч}, \quad v_{\text{сб}} = \frac{4v_1v_2}{3v_1 + 2v_2} = 40 \text{ км/ч}, \quad \vec{v}_{\text{сра}} = \vec{v}_{\text{срб}} = 0$$

$$9.1.4 \quad v_{\text{ср}} = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3} = 7,5 \text{ км/ч}$$

$$9.1.5 \quad v_1 = 4\sqrt{2} \text{ м/с}, \quad v_2 = 4 \text{ м/с}, \quad v_3 = \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ м/с}, \quad v_4 = 0$$

$$9.1.15 \quad t_{\text{под}} = \frac{v_0}{g}, \quad h_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}, \quad t_{\text{пол}} = \frac{2v_0}{g}, \quad \vec{v}_{\text{к}} = -\vec{v}_0.$$

$$9.1.16 \quad t_{\text{под}} = \frac{v_0}{g}, \quad H = h + \frac{v_0^2}{2g}, \quad t_{\text{пол}} = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}, \quad \vec{v}_{\text{к}} = -\sqrt{v_0^2 + 2gh}.$$

$$9.1.19 \quad h = \frac{3v_0^2}{8g} = 3,75 \text{ м}$$

$$9.1.20 \quad v_0 = c + \frac{gH}{2c} = 350 \text{ м/с}$$

$$9.1.21 \quad \tau = \frac{h}{v} - \frac{v}{g} \left( \sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2}} - 1 \right) = 3,2 \text{ с}$$

$$9.1.22 \quad 25 \text{ м}$$

$$9.1.23 \quad h = \frac{3v_0^2}{8g} \approx 0,37 \text{ м}$$

$$9.1.24 \quad a = \frac{v_0^2}{2\ell} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2; \quad t = \frac{v_0}{a} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ с}; \quad \ell_1 = \frac{15}{16} \cdot \ell = 0,3 \text{ м}$$

$$9.1.26 \quad V_1 = V \sqrt{1 - \frac{\ell_1}{\ell}} = V \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 280 \text{ м/с}$$

$$9.1.27 \quad t_0 = \frac{\tau}{1 - \sqrt{1 - \alpha}} = 4 \text{ с}, \quad H = \frac{gt_0^2}{2} = 78,5 \text{ м}$$

$$9.1.28 \quad \tau = \sqrt{\frac{2}{g}} \left( \sqrt{H} - \sqrt{H - \ell} \right) = 0,15 \text{ с}$$

$$9.1.29 \quad t = \frac{5\tau}{4}$$

$$9.1.30 \quad t = \frac{(n+1)\tau}{2}$$

$$9.1.31 \quad 10 \text{ м}$$

$$9.1.32 \quad \Delta r = 126,4 \text{ м}; \quad v = 50,6 \text{ м/с}$$

$$9.1.33 \quad H = \frac{a\tau^2}{2} + \frac{v_0^2}{2g} = 30 \text{ м}, \quad t_0 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH_0}}{g} \approx 3,5 \text{ с},$$

$$v_{\text{к}} = -\sqrt{v_0^2 + 2gH} = 24,3 \text{ м/с}, \quad \text{где } v_0 = a\tau = 10 \text{ м/с}.$$

$$9.1.34 \quad v_0 = \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} \cdot \ell = 0,45 \text{ м/с}, \quad a = \frac{2\ell}{t_1 t_2} = 0,3 \text{ м/с}^2$$

$$9.1.35 \quad v_k = \frac{3S}{2\tau}$$

$$9.1.36 \quad \tau = \tau_1 \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{6}) = 1,96 \text{ с}$$

$$9.1.37 \quad \tau_2 = \tau_1 (\sqrt{2} - 1) \approx 2,1 \text{ с}$$

$$9.1.38 \quad a = \frac{8L(t_2 - t_1)^2}{(2t_1t_2 + t_2^2 - t_1^2)^2} \approx 0,25 \text{ м/с}^2$$

$$9.1.39 \quad \tau = \frac{t_2^2 + 2t_1t_2 - t_1^2}{2(t_1 - t_2)} = 63,5 \text{ с}$$

$$9.1.40 \quad t_1 = \sqrt{\frac{2gh}{a(g+a)}} = 400 \text{ с}$$

$$9.1.41 \quad v_0 = \sqrt{2La} = 20 \text{ м/с}$$

$$9.1.42 \quad v = 30 \text{ м/с}$$

$$9.1.43 \quad S = \frac{V_1V_2(2t_1 + t_2)}{2(V_2 - V_1)} = 4800 \text{ м}$$

$$9.1.44 \quad \Delta v_2 = (\sqrt{2} - 1) \cdot \Delta v_1 = 4,1 \text{ м/с}$$

$$9.1.45 \quad a_1 = \frac{\Delta v_1^2}{2S} = 0,05 \text{ м/с}^2; \quad a_2 = \frac{\Delta v_2^2 + 2\Delta v_1\Delta v_2}{2S} = 0,0625 \text{ м/с}^2; \quad S = 1000 \text{ м}; \quad a_2 > a_1$$

$$9.1.46 \quad t = \frac{\tau}{g} \sqrt{a^2 + ag} = 2,45 \text{ МИН}$$

$$9.1.47 \quad \tau = t \left( \frac{a}{g} + \sqrt{\frac{a}{g} \left( 1 + \frac{a}{g} \right)} \right) \approx 630 \text{ с} = 10,5 \text{ МИН}$$

$$9.1.48 \quad \tau = \frac{v_0}{g} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2g(H-h)}{v_0^2}} - 2\sqrt{1 - \frac{2gh}{v_0^2}} \right) = 0,8 \text{ с}$$

$$9.1.49 \quad \tau = \frac{d}{gt} - \frac{t}{2} = 1,5 \text{ с}$$

$$9.1.50 \quad v_0 = \sqrt{2(H-h)(g-a)} = 6 \text{ м/с}^2$$



$$9.1.51 \quad S = \frac{3v_0^2}{8g} = 0,9375 \text{ м}$$

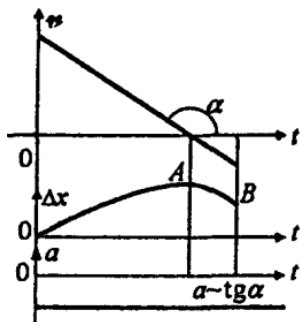
$$9.1.52 \quad t_B = \frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2} = 6 \text{ с}, \quad H_B = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\tau^2}{8} = 120 \text{ м}$$

$$9.1.57 \quad -2 \text{ м/с}^2$$

$$9.1.61 \quad 600 \text{ м}$$

$$9.1.64 \quad \Delta x = \pi uT/4$$

9.1.65  $OAB$  — парабола,  $A$  — вершина параболы.



$$9.1.66 \quad 6,125 \text{ м}$$

$$9.1.67 \quad 5 \text{ м/с}$$

$$9.1.68 \quad y = 2x - 3, \text{ траектория — прямая, } v = \sqrt{5} \text{ м/с}$$

$$9.1.69 \quad v = 30 \text{ см/с}, \quad a = 90 \text{ см/с}^2, \text{ траектория — окружность}$$

9.1.70

$$1. \quad v_x = -2 \text{ м/с},$$

$$2. \quad a_x = 0,$$

$$3. \quad L(10 \text{ с}) = 20 \text{ м},$$

$$4. \quad \left| \vec{S}(10 \text{ с}) \right| = 20 \text{ м},$$

$$5. \quad x(10 \text{ с}) = -16 \text{ м},$$

$$6. \quad x_0 = 4 \text{ м}$$

9.1.71

$$1. \quad v_y = 4 \text{ м/с},$$

$$2. \quad a_y = -4 \text{ м/с}^2,$$

$$3. \quad y_0 = 7 \text{ м}$$

$$4. \quad y(2 \text{ с}) = 7 \text{ м},$$

$$5. \quad \vec{S}(2 \text{ с}) = \vec{0},$$

$$6. \quad L(2 \text{ с}) = 4 \text{ м}$$

9.1.72 2,4 с

$$9.1.73 \quad t_{\text{пол}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad \ell = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad v_{\text{к}} = \sqrt{2gh + v_0^2}, \quad \text{tg } \beta = \frac{\sqrt{2gh}}{v_0}, \quad y(x) = h - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

9.1.76 55,9 м/с

$$9.1.77 \quad v_0 = \frac{\sqrt{2gh}}{\text{tg } \beta}, \quad \ell = \frac{2h}{\text{tg } \beta}$$

9.1.78 15 см

9.1.79 26,25 м/с

$$9.1.82 \quad t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}, \quad t_{\text{пол}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad h_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \quad \ell = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}, \quad v_{\text{к}} = v_0, \\ \beta = \alpha, \\ y = \text{tg } \alpha \cdot x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$9.1.83 \quad \text{При } v_0^2 \sin^2 \alpha < 2gh: \text{ корней нет; при } v_0^2 \sin^2 \alpha = 2gh: \tau = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}; \text{ при } \\ v_0^2 \sin^2 \alpha > 2gh: \tau = \frac{v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh}}{g}$$

$$9.1.84 \quad \ell = 4h \cdot \text{ctg } \alpha$$

$$9.1.85 \quad \text{tg } \alpha = 4$$

$$9.1.86 \quad \text{tg } \alpha = \frac{4}{n}$$

$$9.1.87 \quad \frac{h_1}{h_2} = \text{tg}^2 \alpha, \quad S_1 = S_2$$

$$9.1.88 \quad S_1 = \frac{v_1 S}{v_1 + v_2} - \frac{g\alpha S^2}{2(v_1 + v_2)^2} = 60 \text{ см}; \quad S_2 = 70 \text{ см}$$

$$9.1.89 \quad \frac{v_0^2}{2g} (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \text{tg}^2 \varphi) \approx 42,5 \text{ м}$$

$$9.1.90 \quad h = \frac{g\tau^2}{8}$$

$$9.1.91 \quad 25 \text{ с или } 41 \text{ с}$$

$$9.1.92 \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

$$9.1.93 \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$$9.1.94 \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + g^2 t_1^2 - 2gt_1 \sqrt{2gH}}$$

$$9.1.95 \quad H = \frac{(v_0^2 - v_1^2 + g^2 t_1^2)^2}{8g^3 t_1^2}$$

$$9.1.96 \quad \tau = \sqrt{\frac{v_0^2 \pm \sqrt{v_0^4 - 4g^2 L^2}}{2g^2}}; \quad \tau_1 = 2,0 \text{ с}, \quad \tau_2 = 1,5 \text{ с}$$

$$9.1.97 \quad \ell = \frac{2(g\tau - v_{1y})^2}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

$$9.1.98 \quad v_0 = \sqrt{\frac{\ell(a + g)}{\sin 2\alpha}}$$

$$9.1.99 \quad v_0 = \sqrt{v_c + 2gh}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{v_c}$$

$$9.1.100 \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{(v_0^2 \pm \sqrt{D})}{gS} \quad \text{где } D = v_0^4 - g(gS^2 + 2v_0^2 H).$$

$D < 0$  — цель недостижима;  $D > 0$  — две траектории: навесная и настильная.

$$9.1.101 \quad S_{\max} = 314 \text{ м}^2$$

$$9.1.102 \quad \ell = \frac{gt_{\text{пол}}^2}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

$$9.1.103 \quad \ell = \frac{gt^2}{4} \cdot \operatorname{ctg} \left[ \arccos \left( \frac{v_{\min}}{v_{\max}} \right) \right]$$

$$9.1.104 \quad \sqrt{v_0^2 \tau^2 + \frac{g^2 \tau^4}{4} - v_0 g \tau^3 \sin \alpha}$$

$$9.1.105 \quad v = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - g\tau)^2}$$

$$9.1.107 \quad t_0 = \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}, \quad S = v_0 \cos \alpha \cdot t_0, \quad v_k = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$$

$$9.1.108 \quad \tau = 1 \text{ с}$$

$$9.1.109 \quad \tau = \frac{\sqrt{v_0^2 + v_k^2}}{g}$$

$$9.1.110 \quad \alpha = \text{arctg}(H/\ell) = 60^\circ$$

$$9.1.111 \quad \tau = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad h = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{2g}, \quad \ell = \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha (\text{ctg} \alpha + a/g)}{g}$$

$$9.1.112 \quad S = \frac{v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{2g(H-h)}{v_0^2 \sin^2 \alpha}} \right) \approx 1,81 \text{ м}$$

$$9.1.113 \quad L_2 = L_1 \frac{\sin 2\alpha_2}{\sin 2\alpha_1} = 10 \text{ км}$$

$$9.1.114 \quad \text{tg} \beta = \frac{1}{2} \text{tg} \alpha, \quad v_0 = \sqrt{\frac{gL}{2} (4 \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \text{tg} \alpha)}$$

$$9.1.115 \quad \ell = v_0 \tau \sqrt{1 - \frac{3g\tau}{v_0} \sin \alpha + \left( \frac{3g\tau}{2v_0} \right)^2} \approx 1877 \text{ м}$$

$$9.1.116 \quad \alpha = \arccos \left( \cos \beta \sqrt{1 + \frac{2g\Delta h}{V_0^2}} \right) = 45^\circ$$

$$9.1.117 \quad \ell = \frac{2v_0^2}{3g}$$

$$9.1.118 \quad \tau = \frac{2v_0}{g \cos \alpha}, \quad \ell = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}$$

$$9.1.119 \quad \alpha = \text{arctg} k = 60^\circ$$

$$9.1.120 \quad \ell = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2gh}{v_0^2 \sin^2 \alpha}} \right) \approx 5 \text{ м}$$

$$9.1.121 \quad \tau = \sqrt{8h/g}, \quad \ell = 8h \sin \alpha$$

$$9.1.122 \quad v = \sqrt{v_0^2 - 2gS \operatorname{tg} \alpha + \frac{g^2 S^2}{v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)} \approx 7,6 \text{ м/с}^2,$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \alpha - \frac{gS}{v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \right) \approx 22^\circ$$

$$9.1.123 \quad L = 2\sqrt{h(H-h)}$$

$$9.1.124 \quad \beta = \arcsin \left( \sqrt{\frac{h}{h+H}} \cdot \cos \alpha \right) = 30^\circ$$

$$9.1.125 \quad \beta = \arcsin \left( \frac{\cos \alpha}{1 + 2gh/v_0^2} \right) = 30^\circ$$

$$9.1.126 \quad h = \ell \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g\ell^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \approx 2 \text{ м}$$

$$9.1.127 \quad N = \frac{v}{d} \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 89$$

$$9.1.128 \quad L_n = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} (\sqrt{n-1} + \sqrt{n})$$

$$9.1.129 \quad 90 \text{ см}$$

$$9.1.130 \quad V_0 = \frac{\ell}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{2g}{h + 2\ell \operatorname{tg} \alpha}} \approx 10 \text{ м/с}$$

$$9.1.131 \quad S = \frac{4h}{\cos \alpha} (\sin 2\alpha \cos 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha \sin^2 2\alpha) = 8h \sin \alpha = 4h\sqrt{2} \approx 2,83 \text{ м}$$

$$9.1.132 \quad \tau = \frac{v_0 \sin \alpha (v_0 \cos \alpha + 2u)}{g (v_0 \cos \alpha + u)}$$

$$9.1.133 \quad 6 \text{ м}$$

$$9.1.134 \quad 8 \text{ м}$$

$$9.1.136 \quad \approx 2,9 \text{ м}$$

$$9.1.137 \quad 6 \text{ с}$$

$$9.1.138 \quad \ell_1 \approx 39 \text{ м}; \quad \ell_2 \approx 40 \text{ м}$$

**9.1.139**  $10 \text{ м/с}$

**9.1.140**  $\text{arctg } \sqrt{n}, (n = 1, 2, 3 \dots)$

**9.1.141**  $N = \frac{2v_0^2}{gh}$

**9.1.142**  $\text{tg } \alpha = \left( \frac{h}{a} \cdot \frac{2a + L}{a + L} \right)$

**9.1.143**  $25 \text{ м/с}$

**9.1.144**  $\alpha > 45^\circ$

**9.1.145**  $\tau = \frac{v_0}{g \sin \alpha}$

**9.1.146**  $\tau = \frac{v_0}{2g} \left( 3 \sin \alpha \pm \sqrt{9 \sin^2 \alpha - 8} \right), \alpha \geq \arcsin \left( \frac{2\sqrt{2}}{3} \right)$

**9.1.147**  $\alpha = \arcsin \sqrt{8/9}$

**9.1.148**  $1,07$

**9.1.149**  $y_1 = y_2 = 10 \text{ м}, x_1 = 7,3 \text{ м}, x_2 = 27,3 \text{ м}$

**9.1.150**  $v_0 = 10 \text{ м/с}$

**9.1.151**  $10,56 \text{ с}$

**9.1.152**  $0,05$

**9.1.153**  $96 \text{ об/мин}$

**9.1.154** а)  $v = 465 \text{ м/с}, a = 0,034 \text{ м/с}^2$ , б)  $v = 232 \text{ м/с}, a = 0,017 \text{ м/с}^2$ ,  
в)  $v = 0, a = 0$

**9.1.155**  $0,41 \text{ с}$

**9.1.156**  $\alpha = \text{arctg } 4\pi$

**9.1.157**  $2\pi R$

**9.1.158**  $v = \sqrt{\pi R g}$

$$9.1.159 \quad h = R + \frac{v^2}{2g} + \frac{gR^2}{2v^2}$$

$$9.1.160 \quad a_n = \varepsilon^2 t_1^2 R = \frac{V_5^4 t_1^2}{16\pi^2 N_5^2 R^3}, \text{ где } \varepsilon = \frac{V_5^2}{4\pi N_5 R^2}$$

$$9.1.161 \quad t_2/t_1 = \pi$$

$$9.1.162 \quad S = 2\sqrt{R^2 + \frac{2hV^2}{g}} \cdot \sin\left(\frac{V\tau}{2R}\right) \approx 2 \text{ км}$$

$$9.1.163 \quad \varepsilon = \frac{\operatorname{tg} \beta}{t^2} = 0,43 \text{ рад/с}$$

$$9.1.164 \quad t = \frac{2SV}{V^2 - U^2} = 6 \text{ ч } 15 \text{ мин}$$

$$9.1.165 \quad v = \frac{S(t_1 + t_2)}{2t_1 t_2}, \quad u = \frac{S(t_2 - t_1)}{2t_1 t_2}$$

$$9.1.166 \quad t_{\text{пр}} = t_{\text{но}} \cdot \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

$$9.1.167 \quad t_{\text{но}} = \frac{\ell t_{\text{пр}}}{2ut_{\text{пр}} + \ell} = 2 \text{ ч } 40 \text{ мин}$$

$$9.1.168 \quad t_{\text{ч}} = \frac{t_{\text{э}} t_{\text{чэ}}}{t_{\text{э}} - t_{\text{чэ}}}$$

$$9.1.169 \quad t_0 = \frac{(\alpha - 1)t_1 t_2}{\alpha t_2 - t_1}$$

$$9.1.171 \quad u = 5 \text{ км/ч}$$

$$9.1.172 \quad t = \frac{2s_0}{v_1 - v_2}, \quad s = 2s_0 \left(1 + \frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$9.1.173 \quad \frac{v}{u} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_2 - \Delta t_1} = 7$$

$$9.1.174 \quad \tau = \frac{2\ell v}{v^2 - u^2} = 6,4 \text{ мин}$$

$$9.1.175 \quad \ell' = \ell(v - u)/(v + u)$$

9.1.176  $V = \sqrt{v^2 + u^2 - 2uv \cos \alpha} \approx 19,3 \text{ м/с}$

9.1.180  $\alpha = \arccos\left(\frac{u}{v} \cos 45^\circ\right)$ ,  $V = v \sqrt{1 - \left(\frac{u}{v} \cos 45^\circ\right)^2} - u \sin 45^\circ \approx 221 \text{ км/ч}$

9.1.184  $u = v \cdot \frac{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}}{t_2} = 72 \text{ км/ч}$

9.1.185  $\alpha = \frac{t_2}{t_2^2 - t_1^2} = \frac{5}{3}$

9.1.186  $\alpha = \pi/2$

9.1.187  $\alpha = \arccos(u/v)$  при  $v > u$ ,  $\alpha = \arccos(v/u)$  при  $v < u$

9.1.188  $t = L/v$ ,  $x = Lu/v = tv$ ,  $V = \sqrt{v^2 + u^2}$ ,  $\text{tg } \alpha = v/u$

9.1.189  $v = 5,8 \text{ м/с}$

9.1.190  $30 \text{ км/ч}$

9.1.191  $u = 10\sqrt{3} \text{ м/с}$

9.1.192  $78,1 \text{ км/ч}$

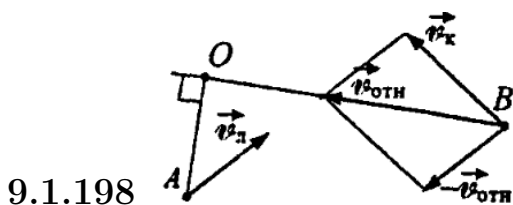
9.1.193  $122 \text{ км/ч}$

9.1.194  $u = v/\sin \alpha$

9.1.195  $n_0 = \frac{n_1 V_2 - n_2 V_1}{V_2 - V_1} = 100 \text{ капель/с.}$

9.1.196  $V \approx 0,52 \text{ м/с}$ ,  $a \approx 0,88 \text{ м/с}^2$

9.1.197  $30^\circ$



9.1.199  $x = 2lv \frac{v \sin \alpha + \sqrt{c^2 - v^2 \cos^2 \alpha}}{c^2 - v^2}$



**9.1.200** Ведро должно быть наклонено в сторону движения платформы под углом  $\varphi$  к вертикали:  $\operatorname{tg} \varphi = u/v$

**9.1.201**  $v_B = 2v_A$

**9.1.202**  $v_k = \omega R, \quad v_r = \omega(R - r)$

**9.1.203**  $u = v\sqrt{3}$

**9.1.204**  $v_A = v_B \operatorname{ctg} \alpha$

**9.1.205**  $v_A = \frac{v_B^2 t}{\sqrt{\ell^2 - (v_B t)^2}}$

**9.1.206**  $v_{\text{л}} = v / \cos \alpha$

**9.1.207**  $V_2 = V_1 \frac{\cos(180^\circ - \alpha)}{\cos \beta} = V_1 \sqrt{3} \approx 52 \text{ км/ч}$

**9.1.209**  $\omega = \frac{V_1 \sin \alpha + \sqrt{V_2^2 - V_1^2 \cos^2 \alpha}}{\ell} \approx 2 \text{ рад/с}$

**9.1.210**  $v_A = v_C = v\sqrt{2}, \quad v_B = 2v, \quad v_D = 0$

**9.1.211**  $v_0 = \frac{v_1 + v_2}{2}, \quad \omega = \frac{v_1 - v_2}{2R}$

**9.1.212**  $v = 2v_0 \cos \varphi, \quad a = v_0^2/R$

**9.1.213**  $V = \frac{V_0}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{3V_0}{3 - \sqrt{3}} \approx 2,36 \text{ м/с}$

**9.1.214**  $v_0 = v/(1 + \sin \alpha)$

**9.1.215**  $v_{A_1} = v/2, \quad v_{A_2} = 5v/6, \quad v_{B_2} = v\sqrt{17}/6$

**9.1.216**  $v = v_0 \sqrt{1 - \frac{\ell^2}{\ell_0^2 \sin^2 \alpha} - \frac{2\ell}{\ell_0}}, \quad a = \frac{v_0^2 \ell}{\ell_0^2 \sin^2 \alpha}$

**9.2.1**  $a = (F_1 - F_2)/m$

**9.2.2**  $a = F/(m_1 + m_2); \quad T = m_2 F/(m_1 + m_2)$

$$9.2.3 \quad a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$9.2.4 \quad M_2 = \frac{T}{F - T} M_1$$

9.2.5  $P_1 = m(g + a)$  при ускорении вверх,  $P_2 = m(g - a)$  при ускорении вниз.

$$9.2.6 \quad 3 \dots 4 \text{ с}$$

$$9.2.7 \quad m_1 = \frac{2am}{a + g}$$

$$9.2.8 \quad V = \frac{M}{\rho_1 - \rho_2} = 600 \text{ м}^3$$

$$9.2.9 \quad \mu = \frac{at_1}{g(t - t_1)} = 0,2$$

$$9.2.10 \quad F = \frac{2ml}{t^2} = 0,16 \text{ Н}$$

$$9.2.11 \quad t = v/kg = 10 \text{ с}$$

$$9.2.12 \quad F_{\text{сп}} = \frac{mv}{t}$$

$$9.2.13 \quad \mu = \frac{(\beta - \alpha)}{\alpha(\beta - 1)} \cdot \frac{F}{mg}$$

$$9.2.14 \quad V_0 = \frac{Va_1}{a_1 - a_2} = 100 \text{ км/ч}$$

$$9.2.15 \quad T = \frac{n - k}{n} F$$

$$9.2.17 \quad a = g(T_2 - T_1)/(T_4 - T_3)$$

$$9.2.18 \quad F > \mu(m_1 + m_2)g$$

$$9.2.19 \quad \tau = \sqrt{\frac{2\ell m_1}{F - \mu g(m_1 + m_2)}}$$

$$9.2.20 \quad F_{\text{min}} = \mu mg \left(1 + \frac{m}{M}\right) \approx 6,1 \text{ Н}$$

$$9.2.21 \quad m = M \left( \frac{V_0}{\mu g \tau} \right) = 0,5 \text{ кг}$$

$$9.2.22 \quad m = M \left( \frac{V_0}{\mu g \tau} \right) = 0,5 \text{ кг}$$

$$9.2.23 \quad \mu = \frac{v_0^2}{2g\ell(1+m/M)}$$

9.2.24 Сила натяжения каната изменяется по линейному закону; в месте приложения нагрузки она равна  $F$ , а в конце каната — 0

$$9.2.25 \quad F_{\text{тр}} = \mu(mg - F \sin \alpha), \quad a = \frac{F}{m}(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg$$

9.2.26 Натяжение троса на верхнем конце  $T_1 = 300$  Н, в середине  $T_2 = 225$  Н, на нижнем конце  $T_3 = 150$  Н

$$9.2.27 \quad \alpha = \arctg(a/g)$$

$$9.2.28 \quad a = 0, \quad T = \frac{\mu mg}{\cos \varphi + \mu \sin \varphi} = 21,4 \text{ Н}, \quad N = \frac{mg}{1 + \mu \operatorname{tg} \varphi} = 185,5 \text{ Н}, \\ F = \mu N$$

$$9.2.29 \quad F = m_0 g / \mu, \quad a = g(m - m_0) / m$$

$$9.2.31 \quad \text{а) } F = \frac{m(a + g)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha};$$

$$\text{б) } F = \frac{m(g - a)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

$$9.2.32 \quad a = \frac{F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)}{m} = 0,8 \text{ м/с}^2, \quad S = \frac{at^2}{2} = 10 \text{ м}$$

$$9.2.33 \quad t = \frac{T(m_1 + m_2)}{\alpha(2m_1 + m_2)}$$

$$9.2.34 \quad a_1 = \frac{\mu_2 mg - \mu_1(M + m)g}{M} \approx 1 \text{ м/с}^2, \quad a_2 = \frac{F}{m} - \mu_2 g \approx 15 \text{ м/с}^2$$

$$F > \frac{m(M + m)(\mu_2 - \mu_1)g}{M} = 6 \text{ Н}$$

$$9.2.35 \quad \beta = \operatorname{arctg} \left( \frac{\cos \alpha}{mg/F - \sin \alpha} \right)$$

$$9.2.36 \quad S = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t_1^2 \approx 39,5 \text{ м}$$

$$9.2.37 \quad F \geq \frac{g}{2} \sqrt{(M - m)^2 + k^2 (M + m)^2}$$

$$9.2.38 \quad a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}, \quad T = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2}, \quad R = \frac{4m_1m_2g}{m_1 + m_2}$$

$$9.2.39 \quad M_2 = \frac{T}{F - T} M_1$$

$$9.2.42 \quad T = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2} (1 + k)(g + a) \text{ при } km_1g < m_2g; \quad T = m_2(g + a) \text{ при } km_1g > m_2g$$

$$9.2.43 \quad m = 0,5 \text{ кг}$$

$$9.2.45 \quad a = \frac{mg}{2M + m}, \quad T = \frac{2M(M + m)g}{2M + m}, \quad P = \frac{2Mmg}{2M + m}, \quad R = \frac{4M(M + m)g}{2M + m}$$

$$9.2.46 \quad a = \frac{(m_1 - m_2)g - F_{\text{тр}}}{m_1 + m_2} = 1,53 \text{ м/с}^2, \quad T = \frac{m_1(2m_2g + F_{\text{тр}})}{m_1 + m_2} = 4,13 \text{ Н}$$

$$9.2.47 \quad a = \frac{(m_2 - m_1)g - F}{m_1 + m_2}, \quad T_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} (2m_2g - F),$$

$$T_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (2m_1g + F)$$

$$9.2.48 \quad a = \frac{2T_2}{m_1 + m_2} - g = 2,69 \text{ м/с}^2, \text{ направлено вверх; } N_2 = T_2 \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) = 200 \text{ Н}$$

$$9.2.49 \quad a = 3,5 \text{ м/с}^2, \quad T \approx 1,1 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$9.2.50 \quad a_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} (g + a_0), \quad F = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} (g + a_0)$$

$$9.2.51 \quad F = (m_1 + m_2)a_2 + 2\mu m_2g \approx 24,5 \text{ Н}$$

$$9.2.52 \quad F = (M + m)g/2 + 2mg\mu = 24,5 \text{ Н}$$

$$9.2.53 \quad \tau = \sqrt{\frac{\ell}{g} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}} = 0,5 \text{ с}$$

$$9.2.54 \quad a = 1,4 \text{ м/с}^2$$

$$9.2.55 \quad T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left( \sqrt{a^2 + g^2} + \mu g - a \right) \text{ при проскальзывании груза по столу; } T = m_2 \sqrt{a^2 + g^2} \text{ при отсутствии проскальзывания}$$

$$9.2.56 \quad \Delta m = \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2} \approx 16,7 \text{ г}$$

$$9.2.57 \quad \ell_1 = \frac{(M - m)\ell_0 + 2m\ell}{M + m} = 14 \text{ см}$$

$$9.2.58 \quad F = \frac{2Mm}{2M + m} \cdot g = 0,95 \text{ Н}$$

$$9.2.59 \quad F = 3 \text{ Н}$$

$$9.2.60 \quad F = \sqrt{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + \mu)g \text{ при } \mu < \frac{m_2}{m_1}, \quad F = \sqrt{2} m_2 g \text{ при } \mu \geq \frac{m_2}{m_1}$$

$$9.2.61 \quad m_2 = \frac{m + m_1}{2} = 2 \text{ кг}$$

$$9.2.62 \quad F = Mg/10 = 500 \text{ Н}$$

$$9.2.63 \quad \mu = \frac{M}{2m} \left( 1 - \frac{a}{g} \right) - \frac{2a}{g} = 0,1$$

$$9.2.64 \quad a = g \sin \alpha, \quad N = mg \cos \alpha$$

$$9.2.65 \quad a = \frac{m - M \sin \alpha}{m + M} g, \quad T = \frac{mM(1 + \sin \alpha)}{m + M} g, \quad N = Mg \cos \alpha$$

$$9.2.66 \quad F = mg(1 + \sin \alpha) \cos \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \approx 1,3 \text{ Н}$$

$$9.2.67 \quad a = \frac{M \sin \alpha - m \sin \beta}{M + m} g, \quad T = \frac{mM(\sin \alpha + \sin \beta)}{M + m} g$$

$$N_M = Mg \cos \alpha, \quad N_m = mg \cos \beta$$

$$9.2.68 \quad a_1 = 9,8 \text{ м/с}^2, \quad a_2 = 4,9 \text{ м/с}^2$$

$$9.2.69 \quad a_{\text{кл}} = \frac{mg \operatorname{tg} \alpha}{M + m \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad a_{\text{ст}} = a_{\text{кл}} \operatorname{tg} \alpha$$

$$9.2.70 \quad a = \frac{M + m}{m} \cdot g \sin \alpha, \text{ направлено вниз вдоль плоскости.}$$

$$9.2.71 \quad a = \frac{mg \sin 2\alpha}{2(M + m \sin^2 \alpha)}$$

$$9.2.72 \quad a = 0 \text{ и } F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha \text{ при } \operatorname{tg} \alpha \leq \mu,$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha), \quad F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha \text{ при } \operatorname{tg} \alpha > \mu$$

$$9.2.73 \quad \frac{3}{5} \operatorname{tg} \alpha$$

$$9.2.74 \quad S = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}, \quad \tau_1 = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$\tau_2 = \frac{v_0}{g\sqrt{\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha}}$$

$$9.2.75 \quad t = \frac{2v \sin \alpha}{g(\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha)}$$

$$9.2.76 \quad a = \mu g \cos \alpha - g \sin \alpha$$

$$9.2.77 \quad F = mg\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$9.2.78 \quad \vec{R} = -m\vec{g}$$

$$9.2.79 \quad \text{Груз } m_1 \text{ движется вверх при } \frac{m_2}{m_1} > \sin \alpha + \mu \cos \alpha,$$

$$\text{вниз при } \frac{m_2}{m_1} < \sin \alpha - \mu \cos \alpha,$$

$$\text{покоится при } \sin \alpha - \mu \cos \alpha \leq \frac{m_2}{m_1} \leq \sin \alpha + \mu \cos \alpha$$

$$9.2.80 \quad N = \frac{\mu_2 - \mu_1}{2} mg \cos \alpha = 0,686 \text{ Н}$$

$$9.2.81 \quad a_1 = g \sin \alpha - \mu_1 g \cos \alpha = 3,7 \text{ м/с}^2$$

$$a_2 = g \sin \alpha + \mu_1 \frac{m_1}{m_2} g \cos \alpha - \mu_2 \left( 1 + \frac{m_1}{m_2} g \cos \alpha \right) = 1,8 \text{ м/с}^2$$

$$\mu_2 = \frac{\sin \alpha + \mu_1 \frac{m_1}{m_2} \cos \alpha}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \cos \alpha} = 0,43$$

$$9.2.82 \quad a \geq g \frac{\mu - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \mu \operatorname{tg} \alpha}$$

$$9.2.83 \quad a \geq g \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha}, \quad \mu \operatorname{tg} \alpha < 1$$

$$9.2.84 \quad a_1 = g \sin \alpha - a \cos \alpha, \quad N = m(a \sin \alpha + g \cos \alpha)$$

$$9.2.85 \quad N = m(g + a) \cos \alpha = 12 \text{ Н}$$

$$9.2.86 \quad V_{\max} = \sqrt{\frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\beta}} \approx 22,3 \text{ м/с}$$

$$9.2.87 \quad a = g(\sin \beta - \operatorname{tg} \alpha \cos \beta) = g(2 - \sqrt{3}) \approx 2,63 \text{ м/с}^2$$

$$9.2.88 \quad \tau = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h}{g} \cdot \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha}}$$

$$9.2.89 \quad F_1 = F \left( \frac{2g}{a} \sin \alpha - 1 \right) = 90 \text{ Н}$$

$$9.2.90 \quad R = mg\sqrt{1 + \mu^2} \cos \alpha \text{ при } \mu < \operatorname{tg} \alpha; \quad R = mg \text{ при } \mu \geq \operatorname{tg} \alpha$$

$$9.2.91 \quad F = mg\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \approx 3,43 \text{ Н}$$

9.2.92  $a > \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} g = 10,6 \text{ м/с}^2$ . Если  $\mu \operatorname{tg} \alpha \geq 1$ , тело не будет скользить при любом ускорении.

$$9.2.93 \quad a = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$

$$9.2.94 \quad \mu = \left| \operatorname{tg} \alpha - \frac{m_2}{m_1 \cos \alpha} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0,29$$

$$9.2.95 \quad T = \frac{(\mu_2 - \mu_1)m_1 m_2 g \cos \alpha}{m_1 + m_2}$$

$$9.2.97 \quad 0 \leq \alpha \leq \operatorname{arctg} \frac{1}{\mu}$$

$$9.2.98 \quad \beta = \alpha + \operatorname{arctg} \mu$$

$$9.2.99 \quad P_1 = m(g - a), \quad P_2 = m(g + a), \quad P_3 = m(a - g)$$

$$9.2.100 \quad P = m(g \cos \alpha - v^2/R)$$

$$9.2.101 \quad F \approx 6,6 \text{ Н}$$

$$9.2.102 \quad v_{\min} = \sqrt{\frac{gR}{k}}$$

$$9.2.103 \quad F_{\text{тр}} = m\omega^2 R \approx 0,8 \text{ Н}, \quad \omega = 2\pi \frac{n}{60}, \quad \omega_{\max} = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} \approx 2,2 \text{ с}^{-1}$$

$$9.2.104 \quad \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{\mu(1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)}}$$

$$9.2.105 \quad R = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{\omega^2}$$

$$9.2.106 \quad \cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R} \text{ при } \frac{g}{\omega^2 R} < 1, \quad \alpha = 0 \text{ при } \frac{g}{\omega^2 R} \geq 1,$$

$$9.2.107 \quad \mu = \frac{\omega^2 R + g \operatorname{tg} \alpha}{g - \omega^2 R \operatorname{tg} \alpha}$$

$$9.2.108 \quad \alpha = \arccos \frac{g}{\omega^2 R} = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ$$

$$9.2.109 \quad \omega = \sqrt{\frac{2g}{R}} = 5 \text{ с}^{-1}$$

$$9.2.110 \quad N = mg \left( 1 + \frac{L^2}{2(H - \ell)\ell} \right) = 9 \text{ Н}$$

$$9.2.111 \quad \alpha = \arccos \frac{g}{\omega^2 \ell} \text{ при } g < \omega^2 \ell, \quad \alpha = 0 \text{ при } g \geq \omega^2 \ell$$

$$9.2.112 \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cos \alpha}{g - a}} \approx 2 \text{ с}$$

$$9.2.113 \quad F = mg\sqrt{5}$$

$$9.2.114 \quad F = m\sqrt{\omega^4 \ell^2 \sin^2 \varphi + g^2} \approx 51 \text{ Н}$$



$$9.2.115 \quad F = m\omega^2 L$$

$$9.2.116 \quad F = mg \cos \alpha - m\omega^2 R \sin \alpha$$

$$9.2.117 \quad F = m\sqrt{g^2 + \omega^4 \ell^2 \sin^2 \alpha} \approx 1,01 \text{ Н}$$

$$9.2.118 \quad \ell_0 = (1 - m\omega^2/k)R$$

$$9.2.119 \quad T = m \left( g + \frac{4v^2}{\ell} \right) = 6,5 \text{ Н}$$

$$9.2.120 \quad \frac{k\ell_0 - \mu mg}{k - m\omega^2} \leq x \leq \frac{k\ell_0 + \mu mg}{k - m\omega^2} \text{ при } \omega < \sqrt{km},$$

$$x = \frac{\mu mg - k\ell_0}{m\omega^2 - k} \text{ при } \omega > \sqrt{km}$$

$$9.2.121 \quad T = m\sqrt{g^2 + \frac{V^4}{R^2}} = 1 \text{ Н}$$

$$9.2.122 \quad R = \frac{3g}{\pi^2 \nu^2 (18 + \pi\sqrt{3})} \approx 26 \text{ см}$$

$$9.2.123 \quad k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

$$9.2.124 \quad k = k_1 + k_2$$

$$9.2.125 \quad x = -\frac{Fm_1}{k(m_1 + m_2)}, \quad a_1 = -\frac{F}{m_1 + m_2}, \quad a_2 = -\frac{Fm_1}{m_2(m_1 + m_2)}$$

$$9.2.126 \quad t = \sqrt{\frac{2m}{k} \left( \frac{g}{a} - 1 \right)}$$

$$9.2.127 \quad P = (m_1 + m_2)g$$

$$9.2.128 \quad A \geq (M + m) \frac{g}{k}$$

$$9.2.129 \quad A \geq \frac{\mu(M + m)g}{k}$$

$$9.2.130 \quad \Delta \ell > \frac{(M + m)}{k} \cdot \mu g$$

$$9.2.131 \quad R = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot k(\ell_0 - \ell) = 1 \text{ Н}$$

$$9.2.135 \quad m_2 = m_1 a_1 / a_2$$

$$9.2.137 \quad M = \frac{gR_3^2}{G} \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$9.2.138 \quad P_{II} = mg, \quad P_3 = m \left( g - \frac{4\pi^2 R}{T} \right)$$

$$9.2.139 \quad 1$$

$$9.2.140 \quad \frac{T_M}{T_3} = \sqrt{\frac{(R_M/R_3)^3}{M_M/M_3}} \approx 1,1$$

$$9.2.141 \quad V = \frac{2\pi}{T} \left( \frac{R^3}{R_0} \right)^{1/2} \approx 3,56 \text{ км/с}$$

$$9.2.142 \quad v_I \approx \sqrt{gR_3} \approx 8 \text{ км/с}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{R_3}{g}} \approx 5027 \text{ с} \approx 1,4 \text{ ч}$$

$$9.2.143 \quad v = \sqrt{\frac{gR_3^2}{R_{\text{опб}}}} = \sqrt{\frac{gR_3}{2}} \approx 5,7 \text{ км/с}, \quad T = \frac{2\pi}{R_3} \sqrt{\frac{R_{\text{опб}}^3}{g}} = 4\pi \sqrt{\frac{2R_3}{g}} \approx 4 \text{ ч}$$

$$9.2.144 \quad R_{\text{опб}} = \sqrt[3]{\frac{gT^2 R_3^2}{4\pi^2}} \approx 42\,626 \text{ км}$$

$$9.2.145 \quad R_B = R_3 \left( \frac{M_B}{M_3} \cdot \frac{T_B^2}{T_3^2} \right)^{1/3}$$

$$9.2.146 \quad F = \frac{GMm}{7} \left( \frac{8}{d^2} - \frac{1}{(d - R/2)^2} \right)$$

$$9.2.147 \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{R_3}{g}} \approx 1,4 \text{ ч}$$

$$9.2.148 \quad h_{II} = \frac{M_3}{M_{II}} \left( \frac{R_{II}}{R_3} \right)^2 h_3 = 56 \text{ м}$$

$$9.2.149 \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell^3}{G(m_1 + m_2)}}$$

$$9.2.150 \quad T = 4\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

$$9.2.151 \quad R = \sqrt[3]{\frac{gr^2T^2}{4\pi^2}}$$

$$9.2.152 \quad \rho = \frac{3\pi n^3}{GT^2}$$

$$9.2.153 \quad T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho(1 - \eta/100\%)}} \approx 4,34 \cdot 10^4 \text{ с} \approx 12 \text{ ч}$$

$$9.2.154 \quad T = 2\pi \left(1 + \frac{h}{R}\right) \sqrt{\frac{R}{g(1 + h/R)^2}}$$

$$9.2.155 \quad \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{a_2}{a_1}}$$

$$9.2.156 \quad \frac{v_1}{v_2} = \sqrt[3]{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$9.2.157 \quad \tau = \frac{\pi a^{3/2}}{2\sqrt{2GM}}$$

$$9.2.158 \quad T = 4\pi\sqrt{\frac{2R_3}{g}}, \quad \frac{v_a}{v_\pi} = \frac{R_a}{R_\pi} = \frac{1}{3}$$

$$9.2.159 \quad t = \frac{2\pi}{2R_3} \left(\frac{R^3}{g}\right)^{1/2} \left(\frac{R + R_3}{2R}\right)^{3/2} \approx 2 \text{ ч}$$

$$9.2.160 \quad h = R \sin \alpha, \quad e = \sin \alpha, \quad \ell = \frac{90^\circ - \alpha}{360^\circ} R, \quad \tau = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM}} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin \alpha}{\pi}\right)$$

$$9.3.1 \quad \Delta p = \sqrt{2}m\omega R$$

$$9.3.2 \quad \Delta p = mgt$$

$$9.3.3 \quad \tau = \frac{v_0}{\mu g}$$

$$9.3.4 \quad v_k = v_0 + \frac{F_k \tau}{2m}$$

$$9.3.5 \quad t = \sqrt{\frac{2mv}{\operatorname{tg} \alpha}}$$

$$9.3.6 \quad p = 10 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

$$9.3.7 \quad h = \frac{p^2}{8m^2g}$$

$$9.3.8 \quad \text{В } 0,9 \text{ раз}$$

$$9.3.9 \quad \text{а) } u_2 = v\sqrt{5}, \quad \text{б) } u_2 = \frac{v\sqrt{5}}{2}, \quad \text{в) } u_2 = \frac{5v}{2}$$

$$9.3.10 \quad F = \frac{mvn}{\tau} \approx 15 \text{ Н}, \quad \tau = 60 \text{ с}$$

$$9.3.11 \quad F = mv/\tau$$

$$9.3.12 \quad S = mv_0/\alpha$$

$$9.3.13 \quad v = \frac{\rho u S}{2k} \left( \sqrt{1 + \frac{4k}{\rho S}} - 1 \right) 13,3 \text{ м/с}$$

$$9.3.14 \quad \frac{3}{2} \rho g^2 t^2$$

$$9.3.15 \quad \text{Скорость большего шарика в } \sqrt{2} \text{ раз больше}$$

9.3.16 Лодка вернется в ту же точку, в которой она находилась до начала движения

$$9.3.17 \quad F_{\text{ср}} = \Delta p / \tau \text{ для всех случаев. а) } \Delta p = 2mv; \quad \text{б) } \Delta p = mv; \\ \text{в) } \Delta p = 2mv \sin \alpha$$

$$9.3.18 \quad u \approx 0,5 \text{ м/с}$$

$$9.3.19 \quad u \approx 1 \text{ м/с}$$

$$9.3.20 \quad u \approx 1,6 \text{ м/с}$$

$$9.3.23 \quad V = \frac{(100) \cdot 4 - 20 \cdot 6}{80} \text{ м/с} = \frac{280}{80} \text{ м/с} = 3,5 \text{ м/с}$$

$$9.3.24 \quad u \approx 0,1 \text{ м/с}$$

9.3.25  $u \approx 0,87 \text{ м/с}$

9.3.26  $u \approx 4 \text{ м/с}$

9.3.27  $v_2 = \frac{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 v^2 + m_1^2 v_1^2}}{m_2}; \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)v}$

9.3.28  $v_3 = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{m_3}; \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1}$

9.3.29  $M = 2 \text{ кг}$

9.3.30  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_1 v_1}{\sqrt{(m_2 v_2)^2 + (m_3 v_3)^2}} = \frac{6}{5}$

9.3.32  $100 \text{ Н}$

9.3.33  $v = 0,5 \text{ м/с}$

9.3.34  $u_0 = \frac{(M + 2m)v_2 \cos \alpha - (M + m)v_1 \cos \alpha}{m \cos \gamma}$

9.3.35  $u = \frac{Mv_0 \cos \alpha - mv \cos \beta}{(M - m) \cos \alpha}$

9.3.36  $a = \frac{F}{(1 + \mu t/M)^2 M}; \quad a_1 = \frac{F}{M - \mu t}$

9.3.37  $S = \frac{2Mu^2 \operatorname{tg} \alpha \left( \frac{M}{m} + 1 \right)}{mg}$

9.3.38 Центр масс совпадает с центром шарика массой 7 г

9.3.39  $x_C = 0,7a, \quad y_C = 0,5a$

9.3.40 а)  $v_c = \frac{v}{\sqrt{2}},$  б)  $v_c = \frac{v\sqrt{2}}{3},$  в)  $v_c = \frac{v\sqrt{17}}{3}$

9.3.41  $S = \frac{mL}{M + m}$

9.3.42  $t = \sqrt{\ell/g}$

$$9.3.43 \quad h = h_1 + h_2 - \frac{gl^2}{v_0^2}$$

$$9.3.44 \quad a = \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 g$$

$$9.4.1 \quad A = \frac{\mu mgS \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} = 38 \text{ кДж}$$

$$9.4.2 \quad 50 \text{ Дж}$$

$$9.4.3 \quad \beta = 1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha \approx 1,03$$

$$9.4.4 \quad v = \sqrt{g\ell}$$

$$9.4.5 \quad A = M \left( 1 + \frac{M}{m} \right) \mu gS = 29,4 \text{ Дж}$$

$$9.4.6 \quad B \sqrt{2} \text{ раз}$$

$$9.4.7 \quad v = \sqrt{g\ell/2} = 10 \text{ м/с}$$

$$9.4.8 \quad \beta = \arccos(2 \cos \alpha - 1)$$

$$9.4.9 \quad v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2R}{m}(F_1(1 - \cos \alpha) - F_2 \sin \alpha)} = 10,8 \text{ м/с}$$

$$9.4.10 \quad S = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

$$9.4.11 \quad \text{а) } v_0 = \sqrt{\mu gL}, \quad \text{б) } v \geq \sqrt{2\mu g\ell}$$

$$9.4.12 \quad v = \sqrt{2gh(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)}$$

$$9.4.13 \quad h = \frac{v_0^2}{2g(1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha)}$$

$$9.4.14 \quad A = mgh + kmgl$$

$$9.4.15 \quad \alpha = \arcsin \frac{W}{mgv} \approx 17^\circ$$

$$9.4.16 \quad N = 2mgv \sin \alpha = 41 \text{ кВт}$$

$$9.4.17 \quad A = mgh + mgvt \sin \alpha$$

$$9.4.18 \quad N = mgv/2$$

$$9.4.19 \quad E = mv^2$$

$$9.4.20 \quad \mu = \operatorname{tg} \alpha/2$$

$$9.4.21 \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M}g$$

$$9.4.22 \quad v = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2gL}{3}}$$

$$9.4.23 \quad N = 10 \text{ Н}$$

$$9.4.24 \quad |A_{\text{тр}}| = mgH - \frac{5}{2}mgR - \frac{1}{2}NR = 4 \text{ Дж}$$

$$9.4.25 \quad A = \frac{m\omega^2\ell_0^2}{2} \cdot \frac{1 + m\omega^2/k}{(1 - m\omega^2/k)^2}$$

$$9.4.26 \quad E = \frac{m_1m_2\omega^2l^2}{2(m_1 + m_2)} = 0,1 \text{ Дж}$$

$$9.4.27 \quad T_{\text{max}} = v\sqrt{km} + mg \approx 10^5 \text{ Н}$$

$$9.4.28 \quad v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2gH + mg^2}{k}}, \quad x_{\text{max}} = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2kH}{mg}}$$

$$9.4.29 \quad x = 2x_0, \quad v = \sqrt{gx_0}$$

$$9.4.30 \quad F = \mu g(m_1 + m_2/2)$$

$$9.4.31 \quad H = \frac{v_0^2}{2gR_3 - v_0^2}R_3 \approx 2500 \text{ км}$$

$$9.4.32 \quad v = \sqrt{2gR_3} \approx 11,3 \text{ км/с}$$

$$9.5.13 \quad u = 0,5 \text{ м/с}, \quad E = 0,125 \text{ Дж}, \quad p = 0,6 \text{ кг} \cdot \text{м/с}, \quad Q = 0,75 \text{ Дж}$$

$$9.5.15 \quad x_{\text{max}} = \frac{2mg}{k}, \quad v_{\text{max}} = g\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$9.5.16 \quad u = \sqrt{\frac{2gh}{1 + m/M}}$$

$$9.5.17 \quad u = \sqrt{2gH(1 + m/M)}$$

$$9.5.19 \quad h = 2R/3$$

$$9.5.20 \quad T = 3mg \approx 30 \text{ Н}$$

$$9.5.21 \quad h = H - \frac{mH}{M}$$

$$9.5.22 \quad h = H - \frac{mH}{M + m}$$

$$9.5.24 \quad \ell = 4a = 60 \text{ м}$$

$$9.5.25 \quad V_2 = \frac{\sqrt{m^2V^2 + m_1^2(V_1^2 - 2gh)}}{m - m_1} \approx 30,6 \text{ м/с}$$

$$9.5.26 \quad V_0 = \sqrt{\frac{g\ell}{1 + \beta}} \approx 1,1 \text{ м/с}$$

$$9.5.27 \quad p = \frac{p_0}{\sqrt{1 + 16/\alpha^2}} = \frac{p_0}{\sqrt{5}} \approx 447 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

$$9.5.28 \quad V = \sqrt{gh(2 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)} \approx 6,1 \text{ м/с}$$

$$9.5.29 \quad \Delta p = |m_2 - m_1| \sqrt{\frac{2gh|m_2 - m_1|}{m_2 + m_1}}$$

$$9.5.30 \quad V = m \cos \alpha \sqrt{\frac{2gh}{M(M + m \cos^2 \alpha)}} \approx 2,7 \text{ см/с}$$

$$9.5.31 \quad V_1 = \frac{m_0}{m_1} \sqrt{2gh} = 40 \text{ м/с}$$

$$9.5.32 \quad \beta = \arccos \left[ 1 - \frac{m^2V^2 \cos^2 \alpha}{2(m + M)^2 g\ell} \right] \approx 60^\circ$$

$$9.5.33 \quad \mu = \frac{V^2}{4gh} \operatorname{tg} \alpha \approx 0,59$$



$$9.5.34 \quad h = H \cdot \frac{1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha} \approx 0,33 \text{ м}$$

$$9.5.35 \quad Q = \frac{m}{2}(V_1 - V_2) \cdot \left[ V_1 + V_2 - \frac{m}{M}(V_1 - V_2) \right] = 2820 \text{ Дж}$$

$$9.5.36 \quad V = \frac{\Delta l}{m} \sqrt{(M + m)k} = 600 \text{ м/с}$$

$$9.5.37 \quad V = m \sqrt{\frac{2gR}{M(m + M)}} \approx 11,9 \text{ см/с}$$

$$9.5.38 \quad E = \frac{m}{2\alpha} \left( 1 + \frac{m}{M} \right) V^2 = 3,825 \text{ МДж}$$

$$9.5.39 \quad \ell = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{2E}{m}} = 6 \text{ м}$$

$$9.5.40 \quad Q = \frac{mM}{2(m + M)} \cdot V^2 = 568,2 \text{ Дж}$$

$$9.5.41 \quad V_2 = V_1 \sqrt{1 + \frac{m}{M}} \approx 5,05 \text{ м/с}$$

$$9.5.42 \quad S = 4H \sqrt{\frac{A}{mgH} - 1} = 12 \text{ м}$$

$$9.5.43 \quad \Delta T = 6mg$$

$$9.5.44 \quad \eta = \frac{\Delta h}{R + h - \Delta h} = 3,7 \cdot 10^{-3}$$

$$9.5.45 \quad A = mg \left( R - \frac{\ell^2}{4h} \right) = 0,5 \text{ Дж}$$

$$9.5.46 \quad W = \frac{MV_1V_2}{2} = 12 \text{ Дж}$$

$$9.5.47 \quad V_1 = V \sqrt{\frac{M}{m + M}}$$

$$9.5.48 \quad A = \frac{(\mu mg)^2}{2k} = 0,1 \text{ Дж}$$

$$9.5.49 \quad 0,6 \text{ кг}$$

$$9.5.50 \quad \Delta N = mgV \sin \alpha = 29,4 \text{ кВт}$$

$$9.5.51 \quad m = \frac{T_2 - T_1}{6g} \approx 17 \text{ г}$$

$$9.5.52 \quad Q = m_2gh \cdot \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = 1,32 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$$

$$9.5.53 \quad A = \frac{5}{4} \cdot mgl \approx 1,2 \text{ Дж}$$

$$9.5.54 \quad Q = (m_1 - m_2)gh - \frac{2(m_1 + m_2)h^2}{\tau^2} = 92 \text{ Дж}$$

$$9.5.55 \quad m = \frac{100\%}{\eta q} M \left( \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \mu gL \right) \approx 23,8 \text{ кг}$$

$$9.5.56 \quad \Delta U = gh(M - m) + \mu gh(H - h) = 55 \text{ кДж}$$

$$9.5.57 \quad V = \sqrt{2g\ell} \left( \frac{\ell_1}{\ell} - \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{10}}{2} \approx 1,58 \text{ м/с}$$

$$9.5.58 \quad A = V_0 \sqrt{\frac{m}{2k + k_1}} = 1 \text{ см}$$

$$9.5.59 \quad A = \frac{2V_0}{1 + M/m} \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = 0,4 \text{ м}$$

$$9.5.60 \quad \alpha = \frac{1 + \sqrt{h/R}}{1 - \sqrt{h/R}} = 3$$

$$9.5.61 \quad U = V \cdot \frac{M + m}{m \cos \alpha} \approx 14 \text{ см/с}$$

$$9.5.62 \quad \tau = \frac{L(N^2 + N - 2)}{2V_0} = 210 \text{ с}$$

$$9.5.63 \quad \mu \leq \frac{m^2}{M^2} \cdot \frac{v_0^2}{8g\ell} \approx 0,38$$

$$9.5.64 \quad V = \sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot \frac{V_0^2}{2gh} + \frac{m_1}{m_1 + m_2}} = 12 \text{ м/с}$$

$$9.5.65 \quad \alpha = \arccos \left( 1 - \frac{1}{2gl} \cdot \frac{v_0^2}{(1 + M/m)^2} \right) \approx 15^\circ$$

$$9.5.66 \quad A = A_0 \sqrt{\frac{M}{M + m}}$$

$$9.5.67 \quad h = \frac{v_{\max}^2 - mg^2/k}{8g}$$

$$9.5.68 \quad T = \frac{\sqrt{(V_0 - \alpha g \tau + 2U)^2 + 2\alpha g(V_0 \tau - \alpha g \tau^2/2)} - (V_0 - \alpha g \tau + 2U)}{\alpha g} = 1,4 \text{ с}$$

$$9.5.69 \quad F_{\text{сп}} = \frac{m^2 v_0^2}{2MS} = 160 \text{ кН}$$

$$9.5.70 \quad F = (m + M) \left( \frac{m^2}{(m + M)^2} \cdot \frac{H}{\ell} + 1 \right) g = 5 \text{ кН}$$

$$9.5.71 \quad m = \frac{M}{u} \sqrt{\frac{glR_{\text{ш}}^2}{R_{\text{ш}} + h}} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{2R_{\text{ш}}}{R_{\text{ш}} + h}} \right) = 29 \text{ кг}$$

$$9.5.73 \quad v_1 = 0, v_2 = v \text{ («обмен скоростями»)}$$

$$9.5.74 \quad m_2 = 3m_1$$

$$9.5.75 \quad \text{В } 5/3 \text{ раза}$$

$$9.5.76 \quad v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

$$9.5.77 \quad W_{\max} = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

$$9.5.78 \quad v - 2u$$

$$9.5.79 \quad v = \sqrt{(u - (v_0 + u) \cos 2\varphi)^2 + ((v_0 + u) \sin 2\varphi)^2} \approx 780 \text{ м/с}$$

$$9.5.80 \quad v = \sqrt{(u - (v_0 - u) \cos 2\alpha)^2 + ((v_0 - u) \sin 2\alpha)^2} \approx 720 \text{ м/с}$$

$$9.5.81 \quad \pi/2$$

$$9.5.82 \quad m_2 = \frac{5m_1}{3}$$

$$9.5.83 \quad v_1 = v/\sqrt{3}, \quad v_2 = 2v/\sqrt{3}$$

$$9.5.84 \quad U_1 = \frac{\sqrt{10}}{4} \cdot V_1 \approx 791 \text{ м/с}, \quad U_2 = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot V_1 \approx 354 \text{ м/с}$$

$$9.5.85 \quad v_1 = v/\sqrt{2} \approx 1,4 \text{ м/с}$$

$$9.5.86 \quad u_1 = -v/5, \quad u_2 = u_3 = 2\sqrt{3}v/5$$

$$9.5.87 \quad u = 25v/39$$

$$9.5.88 \quad \Delta W = \frac{3P^2}{16m}$$

9.5.89  $v = 0,78 \text{ м/с}$ , составляющая скоростей шаров, сонаправленная со скоростью доски:  $v_x = \frac{Mu}{M+2m} = \frac{u}{2} = 0,5 \text{ м/с}$ , составляющая скоростей шаров, перпендикулярная скорости доски:  $v_y = \frac{u}{\sqrt{1+2m/M}} = 0,6 \text{ м/с}$

$$9.5.90 \quad Q = \frac{m(V_1^2 + V_2^2)}{4} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

$$9.5.91 \quad \alpha = 2 \arcsin \sqrt{\eta} = 90^\circ$$

$$9.5.92 \quad Q = m(V_1V_2 - U_1^2) = 11 \text{ Дж}$$

$$9.5.93 \quad v_{\text{H}} = 2\sqrt{\frac{W_0}{m_{\text{H}}}}; \quad v_{\text{He}} = \sqrt{\frac{10W_0}{m_{\text{He}}}}$$

$$9.6.5 \quad F_{\min} = mg/2, \quad \mu = 1/2$$

$$9.6.8 \quad \ell = \frac{2S}{1-\alpha} = 0,75 \text{ м}$$

$$9.6.9 \quad R_A = \frac{F(L-s)}{L}, \quad R_B = \frac{Fs}{L}$$

$$9.6.10 \quad R_A = \frac{mg(L-2s)}{2s}, \quad R_B = \frac{mgL}{2s}$$

$$9.6.11 \quad \alpha_{\text{пред}} = 45^\circ$$

$$9.6.12 \quad \alpha \geq \arctg \frac{1}{2\mu}$$

$$9.6.15 \quad \mu_2 \geq \frac{1}{\mu_1} - 2 \operatorname{tg} \alpha = 0,5$$

$$9.6.16 \quad F = \left[ \frac{1}{2} L \rho - \left( 1 - \frac{\ell}{2L} \right) \ell \rho_B \right] Sg = 0,025 \text{ Н}$$

$$9.6.17 \quad \rho = \frac{1}{\alpha} \left( 2 - \frac{1}{\alpha} \right) \rho_0 = 0,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$9.6.18 \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{3} \cdot (m_1 + m_2)}$$

$$9.6.19 \quad \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,577$$

$$9.6.20 \quad F = mg \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha - \mu}{\mu \operatorname{tg} \alpha + 1} = 6 \text{ Н}$$

$$9.6.21 \quad F = \left[ m_2 + \frac{ml/2 - (m + m_1)\ell_1}{\ell - \ell_1} \right] g = 3,85 \text{ Н}$$

$$9.6.22 \quad \beta = \frac{m_1 \alpha}{m_2 + 2\alpha(m_1 - m_2)} = \frac{1}{3}$$

9.6.23 На оси симметрии,  $\Delta = R/6$  от центра

9.6.24 На оси симметрии, на расстоянии  $\Delta = \frac{\pi a}{4(16 - \pi)}$  слева от центра квадрата

$$9.6.26 \quad \mu = \frac{r}{R \sin \alpha} = 0,2$$

$$9.6.28 \quad M = \frac{F_2 - F_1}{g}$$

$$9.6.29 \quad T_1 = mg \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha + \beta}, \quad T_2 = mg \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \beta},$$

$$9.6.30 \quad \mu \geq \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

$$9.6.31 \quad F \geq \frac{mg\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$$

$$9.6.32 \quad N = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\ell - \ell_1}{\ell} = 15 \text{ Н}$$

$$9.6.33 \quad F = mg\sqrt{3} = 118,8 \text{ Н}$$

$$9.6.34 \quad x = L\sqrt{1 - \left(\frac{mg}{2F}\right)^2} = 1,6 \text{ м}$$

$$9.6.35 \quad \mu \geq \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{2 \sin \alpha}$$

$$9.6.36 \quad \alpha = \operatorname{arctg} 0,5$$

$$9.6.37 \quad \alpha = 2 \operatorname{arcsin} \frac{m_1}{m} = 60^\circ$$

$$9.6.38 \quad \operatorname{tg} \alpha = a^2/b^2 \approx 14^\circ$$

$$9.6.39 \quad M > \frac{m(H-\ell)}{2H}$$

$$9.6.40 \quad H = 2r \operatorname{ctg} \alpha$$

$$9.6.41 \quad T = \frac{mg(\ell + R)}{\sqrt{(\ell + R)^2 - R^2}}, \quad N = \frac{mgR}{\sqrt{(\ell + R)^2 - R^2}}$$

$$9.6.44 \quad N_A = \frac{1}{3}mg, \quad N_C = \frac{2}{3}mg \cos \alpha, \quad F_{\text{тр}} = \frac{2}{3}mg \sin \alpha, \quad \alpha \geq \operatorname{arctg} \mu$$

$$9.6.45 \quad \mu \geq \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + 2 \sin^2 \alpha} = 0,5$$

$$9.6.46 \quad \frac{mgR \left(1 - \frac{\beta h^2}{\ell^2 - 4R^2}\right)}{\sqrt{\ell^2 - 4R^2}} = 0,4 \text{ Н}, \quad \text{где } \beta = \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{л}}} = 0,75$$

$$9.6.48 \quad \frac{y}{x} = 1 + \frac{2(\rho_{\text{ал}}gV - \rho_{\text{в}}gV/2)}{Mg} \approx 1,5; \quad \text{где } V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$9.6.49 \quad N = Mg \left( \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{H}{L} \sin \alpha \right) \approx 4,18 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$9.6.50 \quad F = mg\sqrt{1 + \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha}{4}} \approx 11 \text{ Н}$$

$$9.6.51 \quad \alpha = 45^\circ$$

$$9.6.56 \quad F = mg\sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{H}{L} \sin \alpha\right)^2}$$

$$9.6.60 \quad \mu = 0,27$$

$$9.6.62 \quad 25\ell/24$$

$$9.6.63 \quad 90 \text{ Н}$$

$$9.7.1 \quad v_{\min} = \sqrt{4g\ell}$$

$$9.7.2 \quad v_{\min} = \sqrt{5g\ell}$$

$$9.7.3 \quad T(\varphi) = mg(3 \cos \varphi - 2 \cos \varphi_0)$$

$$9.7.4 \quad S = \frac{v^2}{2\mu g} \frac{m^2}{M^2}$$

$$9.7.5 \quad M = \frac{mv}{\sqrt{2\mu g S}} = 75 \text{ кг}$$

$$9.7.6 \quad 0 \text{ Дж}$$

$$9.7.7 \quad F_{\text{тр}} = \frac{\mu mg}{S} \sqrt{S^2 - h^2}, \quad t = \sqrt{\frac{2S^2}{g(h - \mu\sqrt{S^2 - h^2})}}$$

$$9.7.8 \quad v = \sqrt{2g(h - \mu\sqrt{S^2 - h^2})}, \quad F = \frac{mg}{S} (h - \mu\sqrt{S^2 - h^2})$$

$$9.7.9 \quad v_{\text{II}} = \frac{m + M}{m} \cdot \sqrt{v^2 - 2gh - \frac{M^2}{(m + M)^2} \cdot 2g(H - h)}$$

$$9.7.10 \quad \alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{gt}{v} \right) \approx 60^\circ$$

$$9.7.11 \quad \Delta l_{\max} = \sqrt{\frac{mga}{k}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \approx 4,14 \text{ см}$$

$$9.7.12 \quad P = 9mg = 9 \text{ Н}$$

$$9.7.13 \quad a = g\sqrt{9\mu^2 + 4} = 20,5 \text{ м/с}^2, \quad \alpha = \arctg \frac{3\mu}{2} \approx 13^\circ$$

$$9.7.14 \quad Q = \frac{Mmg\ell}{M+m} = 1 \text{ Дж}$$

$$9.7.15 \quad T_0 = mg + \frac{(M+m)^2 u^2}{ml} = 9,7 \text{ Н}$$

$$9.7.16 \quad M > \frac{m}{\left(\frac{v}{L} \sqrt{\frac{2h}{g}} - 1\right)} \approx 200 \text{ г}$$

$$9.7.17 \quad S = \frac{(mv - M\sqrt{2gx \sin \alpha})^2}{2(M+m)^2 g \sin \alpha} \approx 0,53 \text{ м}$$

$$9.7.18 \quad a = \frac{\rho g V}{2m_1 - \rho V} \approx 1,8 \text{ м/с}^2$$

$$9.7.19 \quad T = \frac{mg(\rho - \rho_0)}{\rho \cos \alpha}$$

$$9.7.20 \quad F = \frac{m^2 g H}{\ell(m+M)}$$

$$9.7.21 \quad F = g(M+m) \left(1 + \frac{H}{\ell} \frac{m^2}{(M+m)^2}\right)$$

$$9.7.22 \quad m = \frac{\Delta E}{(v_1 - v_0)^2}$$

$$9.7.23 \quad \tau = \frac{2L}{V_0} \cdot \frac{M^2}{m^2}$$

$$9.7.24 \quad \alpha = \frac{(v_0^2 + 2gh)(1 - \eta/100\%)}{gS^2} \approx 0,1 \text{ м}^{-1}$$

$$9.7.25 \quad m = (M - Sh\rho_2) \cdot \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2} = 60,3 \text{ г}$$

$$9.7.26 \quad F = 8mg = 0,8 \text{ Н}$$



$$9.7.27 \quad S = \frac{0,18}{16^2} \cdot \frac{v_0^2}{\mu g} = 6 \text{ м}$$

$$9.7.28 \quad m = M \frac{h}{\Delta h} = 10 \text{ кг}$$

$$9.7.29 \quad L = \ell + V_0 \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$$

$$9.7.30 \quad \ell = \frac{T(m_1 + m_2)}{m_1 m_2 (2\pi\nu)^2} \approx 0,21 \text{ м}$$

$$9.7.32 \quad \frac{v_0 \sin \alpha}{2g} (1 + \sqrt{3})$$

$$9.7.33 \quad m = \frac{\mu ML}{L + 2h}$$

$$9.7.34 \quad AB = \frac{2v_0^2 \sin \beta \cos \beta}{g \sin \alpha} \approx 0,69 \text{ м}$$

$$9.7.35 \quad R = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha} - 2L(\mu + \operatorname{tg} \alpha) \approx 0,3 \text{ м}$$

$$9.7.36 \quad L = \frac{2v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$9.7.37 \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{g^2 t^2 - v_0^2}{2gtv_0\sqrt{3}} \approx 0,43$$

$$9.7.38 \quad R = \frac{H}{2} \left[ 1 + \left( \frac{M}{m} \right)^2 \right]$$

$$9.7.39 \quad \mu = \frac{m}{m + M}$$

$$9.7.40 \quad h = \frac{2R}{3} + \frac{m^2 v_0^2}{3g(M + m)^2} = 0,8 \text{ м}$$

$$9.7.42 \quad S = \frac{0,255}{225} \cdot \frac{v_{\text{III}}^2}{\mu g} = 0,15 \text{ м}$$

$$9.7.43 \quad T = \frac{2\sqrt{2gH} \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$9.7.44 \quad m = \frac{\Delta E}{g \left( H - \frac{BD}{2 \sin 2\alpha} \right)}$$

$$9.7.45 \quad \rho = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3} = \frac{7}{3}\rho_1 = 2100 \text{ кг/м}^3$$

$$9.7.46 \quad \mu = \frac{3}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{v^2}{g\ell}$$

$$9.7.47 \quad 2\sqrt{h(H-h)} - d < \ell < 2\sqrt{h(H-h)}$$

$$9.7.48 \quad m = \frac{2A - kx^2}{2gh} = 5 \text{ г}$$

$$9.7.49 \quad h = \frac{R}{3} + \frac{v^2}{3g} \approx 0,18 \text{ м}$$

$$9.7.50 \quad M_{\max} = \frac{mv_0}{\sqrt{5g\ell}} - m = 50 \text{ г}$$

$$9.7.52 \quad m = \frac{kd}{3\mu g} = 2,5 \text{ кг}$$

$$9.7.53 \quad \beta = \operatorname{arctg} \frac{\ell(1 - \cos \alpha)}{h - \ell} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$$

$$9.7.54 \quad W_{\text{к}} = \frac{m_1^2 gh}{m_1 + m_2} = 2,5 \text{ Дж}$$

$$9.7.55 \quad V_0 = \sqrt{2\mu gL \left[ \frac{M}{m} \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) + 1 - \alpha \right]} = 1 \text{ м/с}$$

$$9.7.56 \quad \sin \beta = \frac{m \sin \alpha}{m + M \operatorname{ctg}^2 \alpha}$$

$$9.7.57 \quad \cos \beta = 1 - \frac{\left( M\sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha)} + m(v_2 - v_1) \right)^2}{2g\ell M^2} = \frac{7}{9}$$

$$9.7.58 \quad W_k = \frac{M^2 v_0^2}{2(M+m)} \approx 17,9 \text{ Дж}$$

$$9.7.59 \quad v_1 = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \frac{vt}{M} = 12 \text{ м/с}$$

$$9.7.60 \quad m = M \cdot \frac{\frac{\pi}{3} - \cos \alpha}{3 \cos \alpha - 2} \approx 30 \text{ г}$$

$$9.7.61 \quad u = \sqrt{\frac{2Sv \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t}}{M}} = 12 \text{ м/с}$$

$$9.7.62 \quad m \leq \frac{\mu M}{1 - 2\mu} = 1,8 \text{ кг}$$

$$9.7.63 \quad v = 2\sqrt{\frac{3g\ell}{5}}$$

$$9.7.64 \quad a = \frac{2mg}{m+M} = 2 \text{ м/с}^2$$

$$9.7.65 \quad R = \frac{v^2}{g + P/m}$$

$$9.7.66 \quad h = \frac{\ell(T - mg)}{2mg} \approx 1,56 \text{ м}$$

$$9.7.67 \quad H = \frac{3h - R}{2} + \frac{RF}{2mg} = 2,45 \text{ м}$$

$$9.7.68 \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{\frac{mv_0^2}{2E} - 1}} \approx 0,57; \quad \alpha = \operatorname{arcctg} 0,57 \approx 60^\circ$$

$$9.7.69 \quad v = \sqrt{\left(1 - \frac{mM}{(m+M)^2}\right) v_0^2 + 2gR} \approx 2,06 \text{ м/с}$$

$$9.7.70 \quad h_2 = h_1 \frac{x_2^2}{x_1^2} = 2,7 \text{ м}$$

$$9.7.71 \quad v_{\max} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR}$$

$$9.7.72 \quad v = \sqrt{2g \left( H - \frac{3L \cos \alpha}{4} \right)}$$

$$9.7.73 \quad u_{2x} = \frac{Mv_0 - mu_1}{M - m} = -20 \text{ м/с}$$

$$9.7.74 \quad L_{\max} = L + v_0 \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

$$9.7.75 \quad V_r = \sqrt{\frac{gh}{39}}$$

$$9.7.76 \quad V = \frac{h}{\ell} \sqrt{2g(\ell - h)} \approx 1,33 \text{ м/с}$$

$$9.7.77 \quad L = \frac{g(\mu - \operatorname{ctg} \alpha)}{\omega^2(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$9.7.78 \quad a = \frac{F}{m} - \frac{\mu g}{\sin \alpha} \approx 0,2 \text{ м/с}^2$$

$$9.7.79 \quad V = \frac{MV_0}{M + m} = 1,6 \text{ м/с}$$

$$9.7.80 \quad a = g \left( \sin \beta - \frac{\mu \cos \beta}{\sin(\alpha/2)} \right) \text{ при } \mu \leq \operatorname{tg} \beta \sin \frac{\alpha}{2}, \quad a = 0 \text{ при } \mu \geq \operatorname{tg} \beta \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$9.7.81 \quad H = 4h$$

$$9.7.82 \quad a_0 = \frac{F}{4} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} = 2,5 \text{ м/с}^2$$

$$9.7.83 \quad F = 2Mg \frac{M + m}{M + m/2} \approx 2,18 \text{ Н}$$

$$9.7.84 \quad F = \frac{\mu mg}{1 + 2\mu \cos \alpha} = 1,5 \text{ Н}$$

$$9.7.85 \quad F = \frac{\mu mg}{2(1 + \mu \operatorname{tg} \alpha)} \approx 0,9 \text{ Н}$$

$$9.7.86 \quad H = h + \frac{gt^2 \sin^2 2\alpha}{2}$$

$$9.7.87 \quad f \approx \frac{mg\alpha}{8n} = 250 \text{ Н}$$

$$9.8.8 \quad \frac{P_{\text{шт}}}{P_{\text{зп}}} = \frac{\ell - \mu h}{\ell + \mu h}, \text{ где } \ell \text{ — длина автомобиля, } \mu \text{ — коэффициент трения колес о дорогу, } h \text{ — высота центра тяжести автомобиля над дорогой}$$