26 Снаряд разорвался в полёте на две равные части, одна из которых продолжила движение в направлении движения снаряда, а другая — в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличилась за счёт энергии взрыва на величину $\Delta E = 600$ кДж. Модуль скорости осколка, летящего по направлению движения снаряда, равен 900 м/с, а модуль скорости второго осколка — 100 м/с. Найдите массу снаряда. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.

26 **Возможное решение**

Обоснование

Задачу будем решать в инерциальной системе отсчёта, связанной с поверхностью Земли. Будем считать все тела материальными точками. Трением снаряда и осколков о воздух пренебрежём.

Поскольку время разрыва снаряда мало, импульсом внешних сил (сил тяжести) можно пренебречь, а значит, для решения задачи можно воспользоваться законом сохранения импульса.

Так как при решении задачи мы пренебрегаем силой трения, то можно использовать закон сохранения энергии для снаряда с учётом энергии разрыва.

Решение

1. Запишем законы сохранения импульса и сохранения энергии для снаряда:

$$mv_0 = \frac{m}{2}v_1 - \frac{m}{2}v_2; \; m \cdot \frac{v_0^2}{2} + \Delta E = \frac{mv_1^2}{4} + \frac{mv_2^2}{4},$$

где m — масса снаряда до взрыва; v_0 — модуль скорости снаряда до взрыва; v_1 — модуль скорости осколка, летящего вперёд; v_2 — модуль скорости осколка, летящего назад.

2. Выразим v_0 из первого уравнения: $v_0 = \frac{1}{2}(v_1 - v_2)$ — и подставим во второе уравнение.

3. Получим: $m = \frac{8\Delta E}{(v_1 + v_2)^2} = \frac{8 \cdot 600 \cdot 10^3}{(900 + 100)^2} = 4{,}8$ кг.

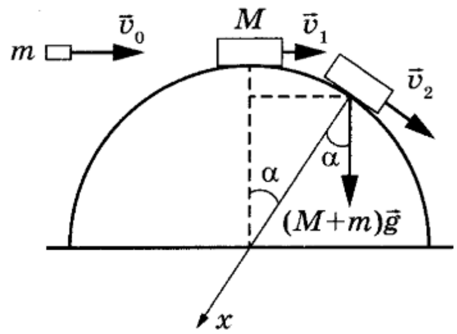
Ответ: $m = 4{,}8$ кг.

26 Небольшое тело массой $M = 0{,}99$ кг лежит на вершине гладкой полусферы радиусом R. В тело попадает пуля массой $m = 0{,}01$ кг, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 200$ м/с, и застревает в нём. Пренебрегая смещением тела за время удара, определите радиус полусферы R, если известно, что высота, на которой это тело оторвётся от поверхности полусферы, составила $h = 1$ м. Высота отсчитывается от основания полусферы. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.

26 **Возможное решение**

Обоснование



1. Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной. Тела можно считать материальными точками, так как их размеры пренебрежимо малы в условиях задачи.

2. При соударении для системы «пуля — тело» в ИСО выполняется закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось, так как внешние силы (сила тяжести и сила реакции опоры) вертикальны.

3. При движении составного тела от вершины полусферы выполняется закон сохранения механической энергии, так как полусфера гладкая и работа силы реакции опоры равна нулю (эта сила перпендикулярна скорости тела).

4. В момент отрыва сила реакции опоры $\vec{N}$ обращается в нуль.

5. Второй закон Ньютона выполняется в ИСО для модели материальной точки.

Решение

1. Закон сохранения импульса связывает скорость пули перед ударом со скоростью составного тела массой $m + M$ сразу после удара: $mv_0 = (m + M)v_1$.

Закон сохранения механической энергии связывает скорость составного тела сразу после удара с его скоростью в момент отрыва от полусферы:

$$\frac{(m+M)v_1^2}{2} + (m+M)gR = \frac{(m+M)v_2^2}{2} + (m+M)gR\cos\alpha,$$

где v_2 — скорость составного тела в момент отрыва; $h = R\cos\alpha$ — высота точки отрыва (см. рисунок).

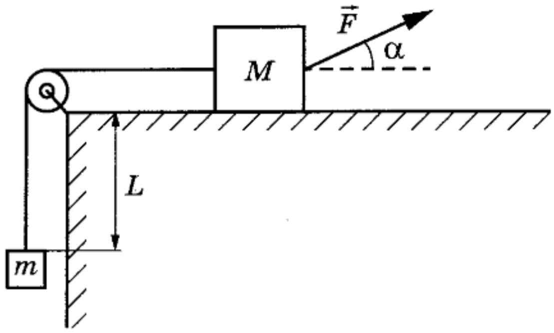
2. Второй закон Ньютона в проекциях на ось x (направленную в центр полусферы) в момент отрыва тела принимает вид: $(m+M)g\cos\alpha = \dfrac{(m+M)v_2^2}{R}$.

3. Объединяя уравнения, получим: $\dfrac{v_1^2}{2} + gR = \dfrac{3}{2}gh$.

Отсюда: $R = \dfrac{3}{2}h - \dfrac{1}{2g}\cdot\left(\dfrac{mv_0}{M+m}\right)^2 = \dfrac{3}{2}\cdot 1 - \dfrac{1}{2\cdot 10}\cdot\left(\dfrac{0{,}01\cdot 200}{0{,}99+0{,}01}\right)^2 = 1{,}3$ м.

Ответ: $R = 1{,}3$ м.

26 На горизонтальном столе находится брусок массой $M = 1$ кг, соединённый невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через гладкий невесомый блок, с грузом массой $m = 500$ г. На брусок действует сила $\vec{F}$, направленная под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (см. рисунок), $F = 9$ Н. В момент начала движения груз находился на расстоянии $L = 32$ см от края стола. Какую скорость v будет иметь груз в тот момент, когда он поднимется до края стола, если коэффициент трения между бруском и столом $\mu = 0{,}3$? Сделайте схематичный рисунок с указанием сил, действующих на брусок и груз. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.

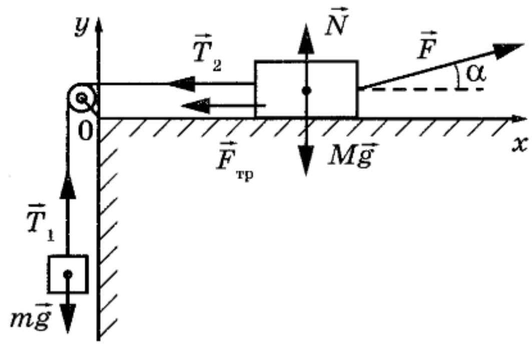


26 **Возможное решение**

Обоснование

1. Задачу будем решать в инерциальной системе отсчёта, связанной со столом. При нахождении ускорений тел будем применять второй закон Ньютона, сформулированный для материальных точек, поскольку тела движутся поступательно. Трением в оси блока и о воздух пренебрежём; блок будем считать невесомым.

На рисунке показаны силы, действующие на брусок и груз.



2. Так как нить нерастяжима, ускорения бруска и груза равны по модулю:

$$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a. \qquad (1)$$

3. Так как блок и нить невесомы и трения в блоке нет, то силы натяжения нити, действующие на груз и брусок, одинаковы по модулю:

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T. \qquad (2)$$

Решение

1. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси Ox и Oy выбранной системы координат. Учитывая (1) и (2), получим: $F\cos\alpha - T - F_{тр} = Ma$, $N + F\sin\alpha = Mg$, $T - mg = ma$.

Сила трения, действующая на брусок, $F_{тр} = \mu N$.

Решая полученную систему уравнений, найдём ускорение тел:

$$a = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - mg - \mu Mg}{M + m}.$$

2. Так как начальная скорость груза была равна нулю, $L = \dfrac{v^2}{2a}$.

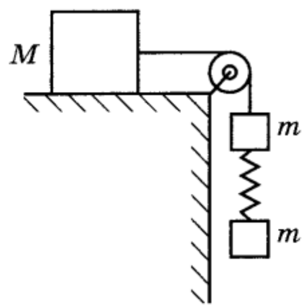
3. Окончательно получим:

$$v = \sqrt{2aL} = \sqrt{2L\left(\frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - mg - \mu Mg}{M + m}\right)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 0{,}32 \cdot \left(\frac{9 \cdot (\sqrt{3}/2 + 0{,}3 \cdot 0{,}5) - 0{,}5 \cdot 10 - 0{,}3 \cdot 1 \cdot 10}{1 + 0{,}5}\right)} \approx 0{,}7 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 0{,}7$ м/с.

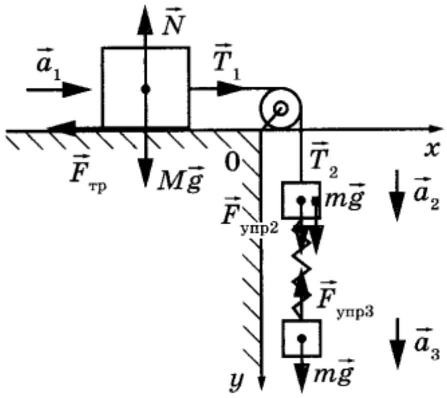
26 Груз массой $M = 800$ г соединён невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через гладкий невесомый блок, с бруском массой $m = 400$ г. К этому бруску на лёгкой пружине жёсткостью $k = 80$ Н/м подвешен второй такой же брусок. Длина нерастянутой пружины $l = 10$ см, коэффициент трения груза о поверхность стола $\mu = 0{,}2$. Определите длину пружины при движении брусков, считая, что при этом движении она постоянна. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



26 **Возможное решение**

Обоснование

Задачу будем решать в инерциальной системе отсчёта, связанной с поверхностью стола. Будем применять для грузов и бруска законы Ньютона, справедливые для материальных точек, поскольку тела движутся поступательно. Трением в оси блока и трением о воздух, а также массой блока пренебрежём.



Так как нить нерастяжима и длина пружины постоянна, ускорения обоих брусков и груза равны по модулю:

$$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3| = a. \qquad (1)$$

На рисунке показаны силы, действующие на бруски и груз.

Так как блок и нити невесомы, а трение отсутствует, то модули сил натяжения нити, действующих на груз и верхний брусок, одинаковы:

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T. \qquad (2)$$

Равны по модулю и силы

$$|\vec{F}_{упр2}| = |\vec{F}_{упр3}|, \qquad (3)$$

так как пружина лёгкая.

Решение

1. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси Ox и Oy выбранной системы координат. С учётом (1)–(3) получим:

$$Ox\colon\ Ma = T - F_{тр},$$

$$Oy\colon\ N = Mg,\ ma = mg - T + F_{упр},\ ma = mg - F_{упр}.$$

Сложив эти уравнения, найдём ускорение тел: $a = \dfrac{2mg - F_{тр}}{M + 2m}$.

2. Сила трения $F_{тр} = \mu N = \mu Mg$.

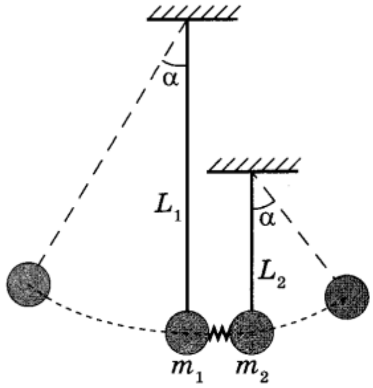
3. Из последнего уравнения в п. 1 получим $F_{упр} = m(g - a) = \dfrac{mMg(1 + \mu)}{M + 2m}$.

По закону Гука $F_{упр} = k\Delta l = k(L - l)$, тогда

$$L = l + \frac{mMg(1 + \mu)}{k(M + 2m)} = 0{,}1 + \frac{0{,}4 \cdot 0{,}8 \cdot 10 \cdot (1 + 0{,}2)}{80 \cdot (0{,}8 + 2 \cdot 0{,}4)} = 0{,}13 \text{ м}.$$

Ответ: $L = 0{,}13$ м.

26 Два шарика подвешены на вертикальных тонких нитях так, что они находятся на одной высоте. Между шариками находится сжатая и связанная нитью лёгкая пружина. При пережигании связывающей нити пружина распрямляется, расталкивает шарики и падает вниз. В результате нити отклоняются в разные стороны на одинаковые углы. Во сколько раз одна нить длиннее другой, если отношение масс шариков $\frac{m_2}{m_1} = 1{,}5$? Считать величину сжатия пружины во много раз меньше длин нитей.



Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.

26 **Возможное решение**

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

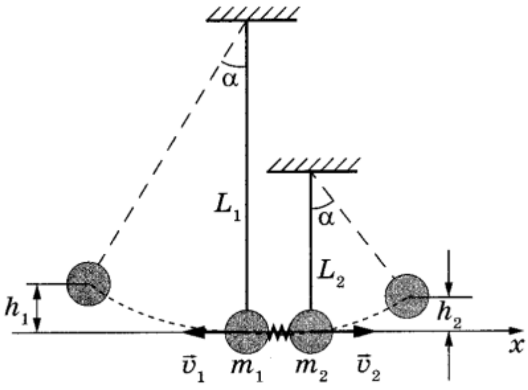
2. Шарики имеют малые размеры по сравнению с длиной нити, поэтому описываем их моделью материальной точки.

3. При пережигании нити пружина толкает оба шарика, действуя на шарики внутренней силой — силой упругости, все внешние силы, действующие на систему двух шариков, направлены вертикально (силы тяжести и натяжения нитей), поэтому сохраняется горизонтальная проекция импульса системы шариков, поскольку импульс пружины пренебрежимо мал из-за её малой массы.

4. В процессе движения каждого шарика на нити к верхней точке своей траектории на каждый из них действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Изменение механической энергии шарика в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к нему. В данном случае единственной такой силой является сила натяжения нити $\vec{T}$. В каждой точке траектории $\vec{T} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ — скорость шарика, поэтому работа силы $\vec{T}$ равна нулю, а механическая энергия каждого шарика на этом участке его движения сохраняется.

Решение

После пережигания нити пружина распрямится, сообщая шарикам начальные скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Запишем закон сохранения импульса для системы шариков в проекциях на ось x (см. рисунок):



$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

Для описания дальнейшего движения каждого шарика воспользуемся законом сохранения полной механической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g h_1 = m_1 g L_1 (1 - \cos\alpha), \quad \frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 g h_2 = m_2 g L_2 (1 - \cos\alpha).$$

Поделив эти равенства друг на друга почленно, получим:

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2.$$

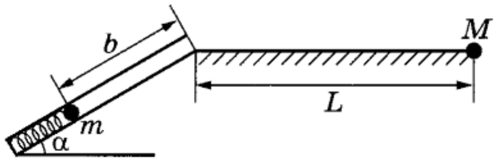
Из закона сохранения импульса следует, что $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$.

Поэтому

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = 1{,}5^2 = 2{,}25.$$

Ответ: $\frac{L_1}{L_2} = 2{,}25.$

26 Пружинное ружьё наклонено под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Энергия сжатой пружины равна 0,41 Дж. При выстреле шарик массой $m = 50$ г проходит по стволу ружья расстояние $b = 0{,}5$ м, вылетает и падает на расстоянии L от дула ружья в точке M, находящейся на одной высоте с дулом (см. рисунок). Найдите расстояние L. Трением в стволе и сопротивлением воздуха пренебречь.



Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.

26 **Возможное решение**

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Шарик имеет малые размеры по сравнению с размерами пружины и дальностью полёта, поэтому описываем его моделью материальной точки.

3. В процессе движения шарика по стволу к верхней точке своей траектории на него действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости $\vec{F}_y$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Изменение механической энергии шарика в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телу. В данном случае единственной такой силой является сила реакции опоры $\vec{N}$. В каждой точке траектории $\vec{N} \perp \vec{v}$, где $\vec{v}$ — скорость шарика, поэтому работа силы $\vec{N}$ равна нулю, следовательно, механическая энергия шарика при его движении по стволу сохраняется.

Решение

По закону сохранения механической энергии $E_0 = \dfrac{mv_0^2}{2} + mgb\sin\alpha$, (1)

где E_0 — энергия сжатой пружины, а v_0 — скорость шарика в момент вылета из дула ружья.

Согласно формулам кинематики тела, брошенного под углом к горизонту, $L = v_0 t\cos\alpha$, $t = \dfrac{2v_0\sin\alpha}{g}$, где t — время полёта. Следовательно, расстояние

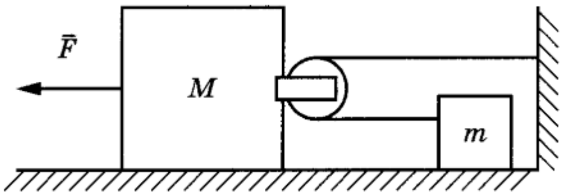
$$L = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha. \qquad (2)$$

Комбинируя формулы (1) и (2), находим:

$$L = \frac{2}{mg}\sin 2\alpha(E_0 - mgb\sin\alpha) = \frac{2}{5\cdot 10^{-2}\cdot 10}\sin 60°(0{,}41 - 5\cdot 10^{-2}\cdot 10\cdot 0{,}5\cdot \sin 30°) \approx 1{,}0 \text{ м}.$$

Ответ: $L \approx 1{,}0$ м.

26 К бруску массой $M = 2$ кг прикреплён лёгкий блок (см. рисунок), через него переброшена лёгкая нерастяжимая нить, один конец которой привязан к стене, а к другому прикреплено тело массой $m = 0{,}75$ кг. На брусок действует сила $F = 10$ Н. Определите ускорение тела. Свободные куски нити горизонтальны и лежат в одной вертикальной плоскости, тела двигаются вдоль одной прямой. Массой блока и нити, а также трением пренебречь.



Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.

26 **Возможное решение**

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. Брусок и тело движутся поступательно, поэтому описываем их моделью материальной точки независимо от их размеров.

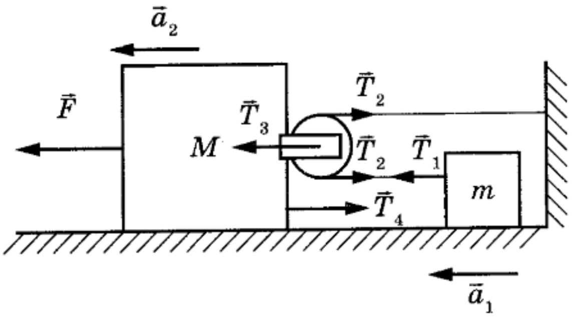
3. Из пп. 1 и 2 следует, что движение бруска и тела в ИСО описывается вторым законом Ньютона.

4. Нить невесома, блок идеален (масса блока ничтожна, трения нет), поэтому модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же.

5. Нить нерастяжима, поэтому модули ускорений подвижного блока и тела m при их прямолинейном поступательном движении отличаются в 2 раза.

Решение

Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на горизонтальную ось для тела и бруска: $ma_1 = T_1$; $Ma_2 = F - T_4$, где a_1 и a_2 — ускорения тела и бруска, T_1 — сила натяжения нити, T_4 — сила, с которой блок действует на брусок.



Запишем второй закон Ньютона для невесомого блока: $0 = T_3 - 2T_2$, где T_3 — сила, с которой брусок действует на блок, T_2 — сила натяжения нити, действующая на блок.

Поскольку нить невесома, то $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$.

По третьему закону Ньютона $\vec{T}_3 = -\vec{T}_4$, или $|\vec{T}_3| = |\vec{T}_4|$.

Ускорение бруска массой M в 2 раза меньше ускорения тела массой m, так как за одно и то же время перемещение тела в 2 раза больше перемещения бруска: $a_1 = 2a_2$.

Приходим к системе уравнений: $\begin{cases} F - 2T = Ma_2, \\ T = m \cdot 2a_2, \end{cases}$ откуда

$$a_2 = \frac{F}{M + 4m}; \quad a_1 = 2a_2 = \frac{2F}{M + 4m} = \frac{2 \cdot 10}{2 + 4 \cdot 0{,}75} = 4 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_1 = 4$ м/с^2.

26 По гладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, скользит из состояния покоя брусок массой $M = 250$ г. В тот момент, когда брусок прошёл по наклонной плоскости расстояние $x = 3{,}6$ м, в него попала и застряла в нём летящая навстречу ему вдоль наклонной плоскости пуля массой m. Скорость пули $v = 555$ м/с. После попадания пули брусок поднялся вверх вдоль наклонной плоскости на расстояние $S = 2{,}5$ м от места удара. Найдите массу пули m. Трение бруска о плоскость не учитывать.

Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.

26 **Возможное решение**

Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).

2. В ИСО изменение механической энергии тела равно работе всех приложенных к телу непотенциальных сил. При движении бруска вниз и вверх по наклонной плоскости на него действуют потенциальная сила тяжести и сила реакции опоры $\vec{N}$, перпендикулярная перемещению бруска (трения нет, так как поверхность гладкая). Поэтому работа силы $\vec{N}$ при движении бруска по наклонной плоскости равна нулю. Следовательно, механическая энергия бруска при его движении до удара сохраняется. Аналогично сохраняется механическая энергия бруска и при его движении после удара.

3. Закон сохранения импульса выполняется в ИСО в проекциях на выбранную ось, если сумма проекций внешних сил на эту ось равна нулю. В данном случае выбранную ось направим параллельно движению бруска. Проекции на эту наклонную ось сил тяжести, действующих на брусок и на пулю, не равны нулю. Но надо учесть, что при столкновении бруска и пули импульс каждого из двух тел меняется на конечную величину, тогда как время столкновения мало. Следовательно, на каждое из двух тел в это время действовала огромная сила (это силы взаимодействия бруска и пули), по сравнению с которой сила тяжести ничтожна. Поэтому при столкновении тел силы тяжести не учитываем. Вследствие этого при описании столкновения бруска с пулей соблюдается закон сохранения импульса для системы тел «брусок + пуля».

Решение

1. Найдём скорость v_1, которую брусок приобрёл, пройдя путь x. Используем закон сохранения механической энергии:

$$Mgx\sin\alpha = \frac{Mv_1^2}{2},\ v_1 = \sqrt{2gx\sin\alpha}. \qquad (1)$$

2. Учитывая абсолютно неупругий удар пули и бруска, запишем закон сохранения импульса для этих тел:

$$mv - Mv_1 = (M + m)v_2, \qquad (2)$$

где v — скорость пули, v_2 — скорость, которую приобретут тела после абсолютно неупругого удара.

3. По закону сохранения механической энергии бруска при его подъёме по наклонной плоскости на расстояние S:

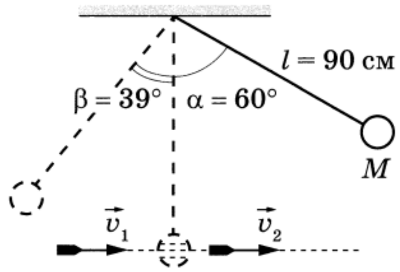
$$\frac{(M+m)v_2^2}{2} = (M+m)gS\sin\alpha,\quad v_2 = \sqrt{2gS\sin\alpha}. \qquad (3)$$

4. Тогда $m = \dfrac{M\sqrt{2g\sin\alpha}(\sqrt{x}+\sqrt{S})}{v - \sqrt{2gS\sin\alpha}} = \dfrac{0{,}25\sqrt{2\cdot 10\cdot \sin 30°}(\sqrt{3{,}6}+\sqrt{2{,}5})}{555 - \sqrt{2\cdot 10\cdot 2{,}5\cdot \sin 30°}} = 0{,}005$ кг.

Ответ: $m = 5$ г.

26 Шар, подвешенный на нити длиной 90 см, отводят от положения равновесия на угол 60° и отпускают. В момент прохождения шара через положение равновесия в него попадает пуля, летящая навстречу шару, которая пробивает его и продолжает двигаться горизонтально (см. рисунок). В результате попадания пули в шар он, продолжая движение в прежнем направлении, отклоняется на угол 39°, при этом импульс пули уменьшился на 1,5 кг·м/с. Какова масса шара? (Массу шара считать неизменной; диаметр шара — пренебрежимо малым по сравнению с длиной нити; $\cos 39° = \frac{7}{9}$.) Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.



26 **Возможное решение**

Обоснование

1. Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной.
2. Шар и пулю будем считать материальными точками, так как их размеры малы по сравнению с длиной нити.
3. При соударении для системы «пуля — шар» в ИСО выполняется закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось, так как внешние силы (силы тяжести и сила натяжения нити) вертикальны.
4. При движении шара на нити вниз и вверх выполняется закон сохранения механической энергии, так как сопротивлением воздуха по условию задачи можно пренебречь, а работа силы натяжения нити равна нулю (эта сила в любой точке траектории перпендикулярна скорости тела).

Решение

По закону сохранения полной механической энергии для движения шара вниз с высоты H получим

$$MgH = \frac{Mu^2}{2}, \text{ где } H = l(1-\cos\alpha).$$

Таким образом, скорость шара в нижней точке его траектории перед попаданием в него пули:

$$u = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}.$$

Согласно закону сохранения импульса имеем:

$$Mu - mv_1 = Mu' - mv_2,$$

где M и m — массы шара и пули соответственно, u' — скорость шара после попадания в него пули.

Уменьшение импульса пули:

$$\Delta p = mv_1 - mv_2 = M(u - u').$$

Шар после попадания в него пули имеет другую кинетическую энергию и поднимется на новую высоту, равную h. По закону сохранения полной механической энергии имеем:

$$\frac{Mu'^2}{2} = Mgh,$$

где $h = l(1-\cos\beta)$.

Таким образом, $u' = \sqrt{2gl(1-\cos\beta)}$.

В итоге имеем:

$$M = \frac{\Delta p}{\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} - \sqrt{2gl(1-\cos\beta)}} =$$

$$= \frac{1{,}5}{\sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}9(1-\cos 60°)} - \sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}9(1-\cos 39°)}} = 1{,}5 \text{ кг}.$$

Ответ: $M = 1{,}5$ кг.

26 В маленький шар, висящий на нити длиной $l = 50$ см, попадает и застревает в нём горизонтально летящая пуля массой $m = 10$ г. Минимальная скорость пули v_0, при которой шар после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости, равна 180 м/с. Чему равна масса шара? Сопротивлением воздуха пренебречь. Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.

26 **Возможное решение**

Обоснование

Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной. Тела считаем материальными точками. Для описания взаимодействия пули и шара использован закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равна нулю. В данном случае проекции внешних сил (силы тяжести и силы натяжения нити) на горизонтальную ось в момент взаимодействия равны нулю. Следовательно, можно использовать закон сохранения импульса в проекциях на эту ось.

Для дальнейшего движения шара с застрявшей в нём пулей будет справедлив закон сохранения механической энергии, поскольку сопротивлением воздуха по условию задачи можно пренебречь, а единственная непотенциальная сила, действующая на шар, — сила натяжения нити — при движении шара по окружности совершает работу, равную нулю, поскольку она всюду перпендикулярна скорости движения шара.

Условие минимальности v_0 означает, что шар совершает полный оборот в вертикальной плоскости, но при этом натяжение нити в верхней точке траектории (и только в ней!) обращается в нуль.

Решение

1. Закон сохранения импульса связывает скорость пули v_0 перед ударом со скоростью v_1 составного тела массой $m + M$ сразу после удара: $mv_0 = (m + M)v_1$, а закон сохранения механической энергии — скорость составного тела сразу после удара с его скоростью v_2 в верхней точке:

$$\frac{(m + M)v_1^2}{2} = \frac{(m + M)v_2^2}{2} + (m + M)g \cdot 2l.$$

2. Второй закон Ньютона в проекциях на радиальное направление x в верхней точке траектории принимает вид

$$(m + M)g = \frac{(m + M)v_2^2}{l}.$$

Выразив отсюда v_2^2 и подставив этот результат в закон сохранения энергии, получим: $v_1 = \sqrt{5gl}$.

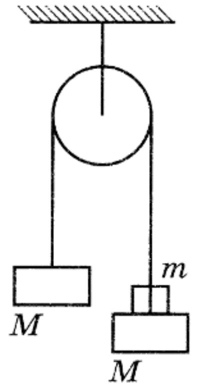
3. Подставив выражение для v_1 в закон сохранения импульса, получим:

$$M = \frac{m\left(v_0 - \sqrt{5gl}\right)}{\sqrt{5gl}} = \frac{0{,}01 \cdot \left(180 - \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0{,}5}\right)}{\sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0{,}5}} = 0{,}35 \text{ кг}.$$

Ответ: $M = 0{,}35$ кг.

26

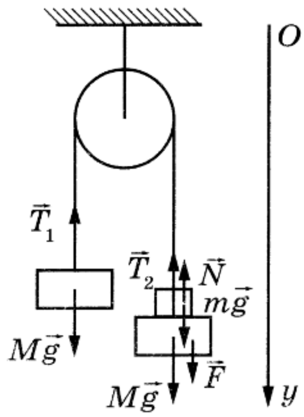
Два одинаковых бруска массой $M = 600$ г связаны между собой невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый гладкий блок, неподвижно закреплённый на потолке (см. рисунок). На один из брусков кладут груз массой m, и система приходит в движение. Определите массу груза m, если он будет давить на брусок силой $F = 2$ Н. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на бруски и груз. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.



26

Возможное решение

Обоснование



Задачу будем решать в инерциальной системе отсчёта, связанной с поверхностью Земли. Бруски и груз будем считать материальными точками. Трением о воздух пренебрежём. Будем считать, что в процессе движения груз не отрывается от бруска.

Так как нить нерастяжима, ускорения брусков равны по модулю и противоположны по направлению:

$$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a,\ \vec{a}_1 = -\vec{a}_2. \qquad (1)$$

На рисунке показаны силы, действующие на бруски и груз. Так как блок и нити невесомы, а трение отсутствует, то силы натяжения нити, действующие на каждый из брусков, одинаковы:

$$\vec{T}_1 = \vec{T}_2 = \vec{T}. \qquad (2)$$

На груз, помимо силы тяжести, действует сила реакции опоры $\vec{N}$ со стороны бруска. По третьему закону Ньютона эта сила по модулю равна силе $\vec{F}$, с которой груз давит на брусок.

Решение

1. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Oy выбранной системы отсчёта. С учётом (1) и (2) получим

$(M + m)a = (M + m)g - T$ — брусок с грузом (можно считать одним телом),

$-Ma = Mg - T$ — брусок без груза.

Вычитая второе уравнение из первого, найдём ускорение тел: $a = \dfrac{mg}{2M + m}$.

2. Отдельно запишем второй закон Ньютона для груза m. В проекциях на ось Oy получим: $ma = mg - N$.

Тогда сила реакции бруска, действующая на груз, равна: $N = m(g - a) = \dfrac{2Mmg}{2M + m}$.

3. Окончательно получим $F = N = \dfrac{2Mmg}{2M + m}$, откуда

$$m = \frac{2MF}{2Mg - F} = \frac{2 \cdot 0{,}6 \cdot 2}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 10 - 2} = 0{,}24 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 0{,}24$ кг.

26 На горизонтальной поверхности неподвижно закреплена абсолютно гладкая полусфера радиусом $R = 2{,}5$ м. С её верхней точки из состояния покоя соскальзывает маленькое тело. В некоторой точке тело отрывается от сферы и летит свободно. Найдите скорость тела в момент отрыва от сферы. Сопротивлением воздуха пренебречь. Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.

26 **Возможное решение**

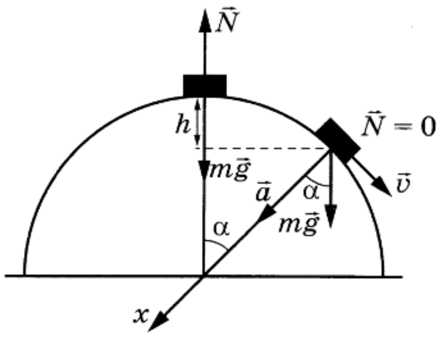
Обоснование

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО). Тело описываем моделью материальной точки, так как его размеры малы по сравнению с радиусом сферы.

2. При движении тела m по поверхности сферы на тело действуют потенциальная сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$ со стороны сферы, перпендикулярная поверхности сферы (трения нет, так как поверхность гладкая). Поэтому работа силы $\vec{N}$ при движении тела по поверхности сферы равна нулю. Следовательно, механическая энергия тела при его движении по поверхности сферы сохраняется.

3. Поскольку тело описывается моделью материальной точки, условие отрыва этого тела от поверхности сферы формулируется на основе второго закона Ньютона. В момент отрыва обращается в нуль сила реакции опоры $\vec{N}$.

Решение



1. Запишем закон сохранения энергии для двух состояний тела (на вершине сферы и в момент отрыва):

$$mgR = mg(R-h) + \frac{mv^2}{2}, \qquad (1)$$

где m — масса тела, v — скорость тела в момент отрыва.

2. Запишем в точке отрыва второй закон Ньютона в проекциях на ось x:

$$\frac{mv^2}{R} = mg\cos\alpha. \qquad (2)$$

3. Используя (1), (2) и условие $\cos\alpha = \frac{(R-h)}{R}$, получим

$$h = \frac{R}{3},\quad \cos\alpha = \frac{2}{3} \text{ и } v^2 = \frac{2gR}{3}.$$

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{3}} = \sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot 2{,}5}{3}} \approx 4 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v \approx 4$ м/с.